Latihan Bab 3

1. Diketahui : n= 20

i= 7%

setoran 10 tahun pertama = $ 1000

setoran sepuluh tahun kedua = $ 1000+X

nilai total deposito yang diharapkan = $50,000

Ditanyakan : nilai X=…?

Jawab :

$1000.\, s_{\overline{20|}} + X.\, s_{\overline{10|}} = 50000$

⇨ $1000.\frac{((1+i)^{20}-1)}{i} + X.\frac{((1+i)^{10}-1)}{i} = 50000$

⇨ $1000.\frac{((1+0,07)^{20}-1)}{0,07} + X.\frac{((1+0,07)^{10}-1)}{0,07} = 50000$

⇨ $X = \frac{50000-1000.\frac{((1+0,07)^{20}-1)}{0,07}}{\frac{((1+0,07)^{10}-1)}{0,07}}$

⇨ $X = 651,72$

∴ nilai X pada setoran seouluh tahun kedua adalah sebesar $ 651,72

10. Diketahui : Deposito per tahun $1000 selama 25 tahun (bunga 8%) kemudian 15

tahun berikutnya tabungan diambil dalam jumlah yang sama per tahunnya (bunga 7%)

Ditanyakan : R(Jumlah deposito yang diambil tiap tahunnya setelah tahun ke 25)=..?

Jawab :

$1000.\, \ddot{s}_{\overline{25|}(i=0,08)} = R.\, \ddot{a}_{\overline{15|}(i=0,07)}$

$\Rightarrow R = (1000.\, \ddot{s}_{\overline{25|}(i=0,08)})/(\ddot{a}_{\overline{15|}(i=0,07)})$

$\Rightarrow R = \frac{1000.(1+0,08).\frac{((1+0,08)^{20}-1)}{0,08}}{\frac{(1+0,07).(1-\frac{1}{(1+0,07)^{15}})}{0,07}}$

$\Rightarrow R = \$\ 8,102$

$\therefore$ Jumlah deposito yang diambil tiap tahun nya adalah \$ 8,102

19. Diketahui :

Anuitas X dan Y memberikan pembayaran sebagai berikut

Akhir Tahun	Anuitas X	Anuitas Y
1-10	1	K
11-20	2	0
21-30	1	K

pada $v^{10} = \frac{1}{2}$

Ditanyakan : K=…?

Jawab :

$PV_X = PV_Y$

$\Leftrightarrow a_{\overline{30|}} + v^{10} a_{\overline{10|}} = K(a_{\overline{10|}} + v^{20} a_{\overline{10|}})$

$\Leftrightarrow \frac{1-v^{30}}{i} + \frac{v^{10}(1-v^{10})}{i} = K\left(\frac{1-v^{10}}{i} + \frac{v^{20}(1-v^{10})}{i}\right)$

$\Leftrightarrow 1 - v^{30} + v^{10} - v^{20} = K\,(1 - v^{10} + v^{20} - v^{30})$

$\Leftrightarrow K = \frac{1-v^{30}+v^{10}-v^{20}}{1-v^{10}+v^{20}-v^{30}}$

$\Rightarrow \quad K = \frac{1-\frac{1}{8}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}}$

$\Rightarrow \quad K = 9$

$\therefore K = 9$

28. Tentukan error yang terlibat dalam pendekatan $\frac{(1+i)^k-1}{i}$

Jawab:

$\frac{(1+i)^k-1}{i}$ merupakan bentuk jumlahan dari deret geometri dengan rasio sebesar 1+I dan banyak bilangan yang dijumlahkan sebanyak k dengan bilangan awal adalah 1.

46. Tentukan persamaan dari $a_{\overline{n}|}$ jika diketahui setiap pembayaran dinilai berdasarkan *simple discount* rate d.

jawab:

$a_{\overline{n}|} = \sum_{t=1}^{n} a^{-1}(t) = \sum_{t=1}^{n}(1-dt) = \sum_{t=1}^{n} 1 - \sum_{t=1}^{n} dt$

= n – d(1+2+..+n)

$= n - \frac{1}{2}n(n+1)d$

$\therefore a_{\overline{n}|} = n - \frac{1}{2}n(n+1)d$

55. Buktikan $s_{\overline{n}|}\ddot{a}_{\overline{n}|} > n^2$ untuk i>0 dan t>1

Jawab:

$$s_n\ddot{a}_n = \left[n + \frac{n(n-1)}{2!}i + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}i^2 + \cdots\right][1+i]\left[n - \frac{n(n+1)}{2!} + \frac{n(n+1)(n+2)}{3!}i^2 - \cdots\right]$$

$= (1+i)n^2\left[1 - \frac{i}{2!}(n+1+n-1) + \frac{i^2}{3!}\left((n+1)(n+2)+(n-1)(n-2)\right) + \cdots\right]$

$= (1+i)n^2\left[1 - \frac{i}{2!}(2n) + \frac{i^2}{3!}(n^2-4) + \cdots\right]$

n^2 untuk i>0 dan t>1

$\therefore\ s_n\ddot{a}_n > n^2$ untuk i>0 dan t>1