

BARISAN DAN DERET

Muhiddin Sirat / Imam Awaluddin

A. BARISAN :

- ❑ Suatu Barisan (sequence) adalah suatu susunan bilangan yang dibentuk menurut urutan tertentu.

- ❑ Barisan bilangan dimaksud terdiri dari :
 - 1) Deret Hitung (Deret Aritmatika) dan
 - 2) Deret Ukur (Deret Geometri).

B. BARISAN ARITMATIKA (DERET HITUNG)

- **Barisan aritmatika** (Arithmetic Sequence) adalah suatu barisan bilangan yang selisih setiap dua suku berturutan selalu merupakan bilangan tetap (konstan).
- Contoh : 5, 8, 11, 14, 17Suku ke n
Selisih antara bilangan bersifat konstan ($b=3$)
Suku pertama (S_1) = $a = 5$ $S_1 = a$
Suku kedua (S_2) = $5 + 3 = 8$ $S_2 = a+b = 8$
Suku ketiga (S_3) = $5 + 3 + 3 = 11$... $S_3 = a+2b = 11$
Suku keempat (S_4) = $5 + 3 + 3 + 3 = 14$... $S_4 = a+3b = 14$
Suku Ke lima (S_5) = $5 + 3 + 3 + 3 + 3$ $S_5 = 5 + 4b = 17$
Jadi Suku ke "n" $S_n = a + (n-1)b$

Lanjutan :

$$S_1 = a$$

$$S_2 = S_1 + b = a + b$$

$$S_3 = S_2 + b = (a + b) + b = a + 2b$$

$$S_4 = S_3 + b = (a + 2b) + b = a + 3b$$

$$S_5 = S_4 + b = (a + 3b) + b = a + 4b$$

$$S_n = S_{n-1} + b \dots\dots S_n = a + (n - 1)b$$

Jadi, rumus suku ke-n dari barisan aritmetika adalah

Keterangan: S_n = suku ke-n

a = suku pertama

b = beda yang sama

n = banyaknya suku

C. NILAI SUKU KE “n” DARI DERET HITUNG

Jadi Suku ke-n $S_n = a + (n-1)b$

S_n : Suku ke-n

a : suku Pertama

b : beda yang sama

n : banyaknya suku

Lanjutan :

Contoh (1) :

Diketahui suku pertama = 3, dan beda dari setiap suku = 4, hitung suku ke10 = ?

$$S_n = a + (n-1)b \dots S_{10} = 3 + (10-1) 4 \dots S_{10} = 39$$

$$DH : 3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, 35, 39 ; \dots S_{10} = 39$$

Ini disebut DH menaik

Contoh (2) :

Diketahui suku ke-5 = 41 dan suku ke-11 = 23

Tentukan suku ke-21 = ?

Lanjutan :

$$S_n = a + (n-1)b$$

$$S_5 = a + (5-1)b = 41 \dots\dots a + 4b = 41 \dots\dots (1)$$

$$S_{11} = a + (11-1)b = 23 \dots\dots a + 10b = 23 \dots\dots (2)$$

Samakan persamaan (1) dan (2) :

$$(1)\dots\dots a = 41 - 4b \text{ dan } (2)\dots\dots a = 23 - 10b$$

$$\text{Jadi : } 41 - 4b = 23 - 10b \dots 6b = -18 \dots \mathbf{b = -3}$$

$$(1)\dots\dots a = 41 - 4b \dots\dots \mathbf{a = 53}$$

$$\text{Jadi suku ke-21} \dots\dots S_{21} = a + (n-1)b = 53 + (21-1)(-3)$$

$$S_{21} = 53 + (-60) \dots\dots \mathbf{S_{21} = -7}$$

Contoh (3) :

Tentukan suku ke-8 dan ke-20 dari barisan -3, 2, 7, 12,

Jawab:

-3, 2, 7, 12, ...

Suku pertama adalah $a = -3$ dan bedanya $b = 5$.

$$S_n = a + (n-1)b$$

$$\text{Suku ke-5 : } S_5 = -3 + (5-1)5 = 17$$

$$\text{Suku ke-8 : } S_8 = -3 + (8-1)5 = 32.$$

$$\text{Suku ke-20 : } S_{20} = -3 + (20-1)5 = 92.$$

Contoh (4) :

Diketahui barisan aritmetika $-2, 1, 4, 7, \dots, 40$.
Tentukan banyak suku (n) barisan tersebut.

Jawab:

Diketahui barisan aritmetika $-2, 1, 4, 7, \dots, 40$.

Dari barisan tersebut, diperoleh $a = -2$, $b = 3$, dan
 $S_n = 40$.

Rumus suku ke- n adalah $S_n = a + (n - 1)b$ sehingga;

$$40 = -2 + (n - 1)3$$

$$40 = 3n - 5$$

$$3n = 45$$

Karena $3n = 45$, diperoleh $n = 15$.

Jadi, banyaknya suku dari barisan di atas adalah
15.

D. JUMLAH SUKU DARI BARISAN ARITMETIKA (DERET HITUNG)

Jumlah n suku dari barisan aritmetika (Deret Hitung) dinotasikan D_n .

$D_n = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n$. Untuk memahami langkah-langkah menentukan rumus D_n , perhatikan contoh berikut :

Rumus untuk menentukan jumlah dari n suku dalam Deret Hitung

Menentukan rumus umum Jumlah n Suku (D_n) dari Deret Hitung sebagai berikut.

$$D_n = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{n-2} + S_{n-1} + S_n.$$

Dapat dinyatakan bahwa besar setiap suku adalah b kurang dari suku berikutnya.

$$S_{n-1} = S_n - b$$

$$S_{n-2} = S_{n-1} - b = S_n - 2b$$

$$S_{n-3} = S_{n-2} - b = S_n - 3b$$

Lanjutan :

Demikian seterusnya sehingga D_n dapat dituliskan :

$$D_n = a + (a + b) + (a + 2b) + \dots + (S_n - 2b) + (S_n - b) + S_n \dots \dots \dots (1)$$

Persamaan 1 dapat ditulis dengan urutan terbalik sebagai berikut:

$$D_n = S_n + (S_n - b) + (S_n - 2b) + \dots + (a + 2b) + (a + b) + a \dots (2)$$

Jumlahkan Persamaan (1) dan (2) didapatkan

$$D_n = a + (a + b) + (a + 2b) + \dots + (S_n - 2b) + (S_n - b) + S_n$$

$$D_n = S_n + (S_n - b) + (S_n - 2b) + \dots + (a + 2b) + (a + b) + a$$

$$\text{----- (+)}$$

$$2D_n = (a + S_n) + (a + S_n) + \dots + (a + S_n) + (a + S_n) + (a + S_n)$$

n suku

Dengan demikian, $2D_n = n (a + S_n)$

$$D_n = (1/2) n (a + S_n) \dots \text{Atau}$$

$$D_n = (1/2) n [a + \{a + (n - 1) b\}]$$

$$D_n = (1/2) n \{2a + (n - 1) b\}$$

Jadi, rumus umum jumlah n suku pertama deret aritmetika adalah

$$D_n = (1/2) n (a + S_n) \text{ atau}$$
$$D_n = (1/2) n \{2a + (n - 1) b\}$$

Keterangan:

D_n = jumlah n suku pertama

a = suku pertama

b = beda

S_n = suku ke- n

n = banyaknya suku

Contoh Soal (1) : Menghitung Jumlah suku dalam DH :

Carilah jumlah 100 suku pertama dari deret :
2 , 4 , 6, 8

Jawab:

Diketahui bahwa $a = 2$, $b = 2$, dan $n = 100$.

$$\begin{aligned}D_{100} &= 1/2 \times 100 \{2(2) + (100 - 1)2\} \\ &= 50 \{4 + 198\} \\ &= 50 (202) \\ &= 10.100\end{aligned}$$

Jadi, jumlah 100 suku pertama dari deret tersebut adalah 10.100.

Contoh (2):

Menghitung Jumlah suku dalam DH :

Hitunglah jumlah semua bilangan asli kelipatan 3 yang kurang dari 100.

Jawab:

Bilangan asli kelipatan 3 yang kurang dari 100 adalah 3, 6, 9, 12, ..., 99 sehingga diperoleh

$a = 3$, $b = 3$, dan $S_n = 99$.

Terlebih dahulu kita cari n sebagai berikut :

$$S_n = a + (n - 1)b$$

$$99 = 3 + (n - 1)3$$

$$3n = 99$$

$$n = 33$$

Jumlah dari deret tersebut adalah

Lanjutan :

$$D_n = \frac{1}{2} n (a + S_n)$$
$$D_{33} = \frac{1}{2} \times 33(3 + 99)$$
$$= 1.683$$

Jadi, jumlah bilangan asli kelipatan 3 yang kurang dari 100 adalah 1.683

E. SOAL-SOAL LATIHAN DH :

1. Carilah suku ke - 20 dari barisan aritmatika, 3, 8, 13, 18, ...
2. Carilah suku ke - 27 pada setiap barisan aritmatika berikut ini :
 - a. 3, 7, 11, ...
 - b. 15, 13, 11, 9, ...
 - c. -8, -4, 0, 4, ...
 - d. -6, -1, 4, 9, ...
3. Suku ke -3 dan suku ke -16 dari barisan aritmatika adalah 13 dan 78. Tentukanlah suku pertama dan bedanya. Berapakah U_n dan D_n

Lanjutan :

4. Terdapat 60 suku dalam barisan aritmatika yang mana suku pertama adalah 9 dan suku terakhir adalah 27. Tentukan U_n dan D_n

5. Carilah jumlah dari (a). 40 bilangan bulat positif ganjil yang pertama. (b). 25 bilangan bulat positif genap yang pertama. (c). 60 bilangan bulat positif yang pertama.

TERIMAKASIH