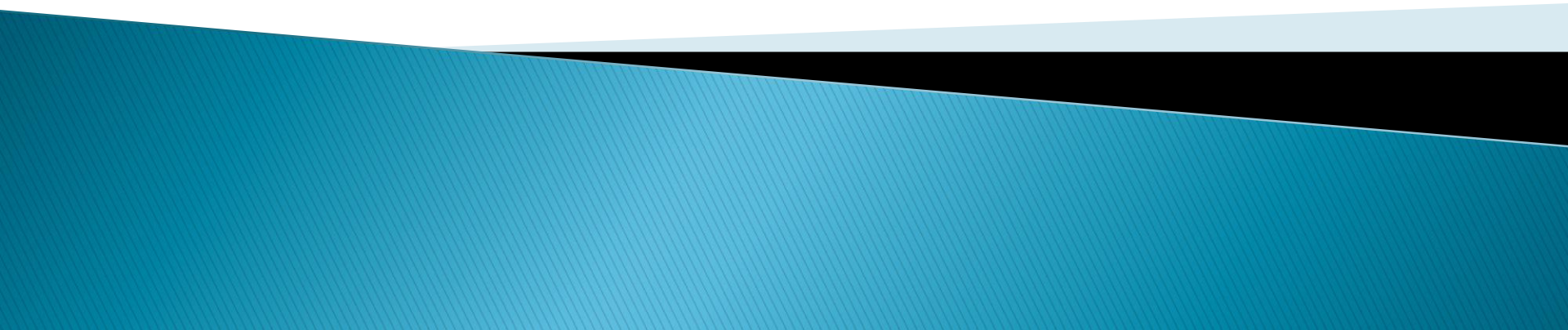


BENTUK BENTUK FUNGSI MULTIVARIAT

Oleh :

Muhiddin Sirat dan TIM Dosen Matematika

EKONOMI PEMBANGUNAN FEB UNILA TAHUN
2022-2023



A. BENTUK–BENTUK FUNGSI MULTIVARIABEL DARI SEGI BENTUK GRAFIK

I. Fungsi Linier : $Y = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2$

Contoh: $Y = 50 + 0,50 X_1 + 0,60 X_2$

(Model Linier dalam Parameter dan Linier dalam Variabel)

II. Bentuk Non– Linier:

2.1. Fungsi Kuadrat :

$$Y = 12X_1 + 18X_2 - 2X_1^2 - X_1.X_2 - 2X_2^2$$

(Model Linier dalam Parameter dan Non–Linier dalam Variabel)

2.2. Fungsi Eksponen : $Y = a_0.a_1^{X_1}.a_2^{X_2}$

$$Y = 5. 0,8^{X_1}. 0,4^{X_2}$$

(Model Semi Log)

Lanjutan:

2.3. Fungsi Pangkat : $Y = a_0 \cdot X_1^{a_1} \cdot X_2^{a_2}$

$$\text{Contoh: } Y = 50 \cdot X_1^{0,7} \cdot X_2^{0,4}$$

(Model Logaritma Penuh atau model Log Log)

2.4. Fungsi Transedental :

$$Y = a_0 \cdot X_1^{a_1} \cdot X_2^{a_2} \cdot e^{b_1 X_1} \cdot e^{b_2 X_2}$$

$$Y = 50 \cdot X_1^{0,7} \cdot X_2^{0,4} \cdot e^{0,6 X_1} \cdot e^{0,5 X_2}$$

(Model Transedental)

Contoh Proses Pengembalian Fungsi Transformasi (dalam bentuk Ln) ke Bentuk Aslinya :

Bentuk Asli Fungsi Pangkat : $Y = a_0.X_1^{a_1}.X_2^{a_2}.e^{Et}$

Bentuk Fungsi Dalam Bentuk Ln Dalam Rangka Pembentukan Fungsi : $\ln Y = \ln a_0 + \ln X_1^{a_1} + \ln X_2^{a_2} + Et \ln e \dots \ln e = 1$

- $\ln Y = \ln a_0 + \ln X_1^{a_1} + \ln X_2^{a_2}$
- $\ln Y = \ln a_0 + a_1 \ln X_1 + a_2 \ln X_2$
- $Y^* = a_0^* + a_1 X_1^* + a_2 X_2^*$
- Dengan menggunakan data mis : diperoleh hasil program aplikasi : $a_0^* = 3,91202 \dots a_1 = 0,7 \dots a_2 = 0,4$
- Ditulis : $Y^* = 3,91202 + 0,7 X_1^* + 0,4 X_2^*$
- $a_0^* = 3,91202 \dots$
- **$a_0 = \text{Shift.Ln}.a_0^* \dots a_0 = \text{Shift Ln } 3,91202 = 50$**
- a_1 dan a_2 tidak berbintang, jadi tidak perlu di ubah.
- $a_1 = 0,7$ dan $a_2 = 0,4$
- **Bentuk Asli Fungsi : $Y = 50.X_1^{0,7}.X_2^{0,4}$**

B. BENTUK–BENTUK FUNGSI MULTIVARIABEL DARI SEGI KENDALA

➤ Fungsi Tak
Berkendala

➤ Fungsi Berkendala

CONTOH (1) :

OPTIMASI FUNGSI MULTIVARIABEL TAK BERKENDALA

Jika diketahui fungsi :

$$Y = 60 X_1 + 34X_2 - 4X_1 \cdot X_2 - 6X_1^2 - 3X_2^2 + 5$$

Pertanyaan :

- a. Carilah nilai optimum
- b. Tentukan apakah fungsi tersebut berada pada titik maksimum, minimum atau titik pelana (titik belok).

Lanjutan :

$$dY/dX_1 = f_1 = 60 - 4X_2 - 12X_1 = 0 \dots\dots (1)$$

$$dY/dX_2 = f_2 = 34 - 4X_1 - 6X_2 = 0 \dots\dots\dots(2)$$

Subtitusikan :

$$(1)\dots\dots 4X_2 = 60 - 12X_1 \dots\dots X_2 = 15 - 3X_1$$

$$(2)\dots\dots 34 - 4X_1 - 6X_2 = 0 \dots\dots 34 - 4X_1 - 6(15 - 3X_1) = 0 \dots\dots$$

$$34 - 4X_1 - 90 + 18X_1 = 0 \dots\dots -56 + 14X_1 = 0 \dots\dots \mathbf{X_1 = 4}$$

Persamaan (a) di Subtitusikan ke persamaan (2) :

$$34 - 4(3) - 6X_2 = 0 \dots\dots \mathbf{X_2 = 3}$$

Titik Optimum :

$$X_1 = 4, X_2 = 3, \text{ dan } Y = 60(4) + 34(3) - 4(4 \cdot 3) - 6(4)^2 - 3(3)^2 + 5$$

$$\dots\dots \mathbf{Y = 176}$$

Titik Optimum : $X_1^*, X_2^*, Y^* (4, 3, 176)$ Titik Optimum Bebas).

CONTOH (2) : OPTIMASI FUNGSI MULTIVARIABEL TAK BERKENDALA

Contoh :

Fungsi Keuntungan :

$$\pi = f(Q_1, Q_2)$$

π = *Keuntungan*

Q_1 = *Output Q1*

Q_2 = *Output Q2*

$$\pi = 12Q_1 + 18Q_2 - 2Q_1^2 - Q_1 \cdot Q_2 - 2Q_2^2$$

Dari fungsi ini :

- *Variabel Q_1 dan Q_2 independen (tidak saling tergantung)*
- *Besaran Q_1 dan Q_2 tidak ada pembatas*
- *Titik optimum fungsi adalah titik "Optimum Bebas"*

Titik optimum bebasnya dicapai diwaktu $\pi' = 0$

$$\frac{\partial \pi}{\partial Q_1} = 0 \rightarrow 12 - 4Q_1 - Q_2 = 0 \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial Q_2} = 0 \rightarrow 18 - Q_1 - 4Q_2 = 0 \dots \dots \dots (2)$$

Substitusi (1) & (2), didapat :

$$\begin{matrix} Q_1^* = 2 \\ Q_2^* = 4 \end{matrix} > \pi^* = f(Q_1^*, Q_2^*)$$

$[Q_1^*, Q_2^*, \pi^*] \rightarrow \textit{Optimum Bebas}$

CONTOH :
FUNGSI MULTIVARIABEL
BERKENDALA

CONTOH (1) :

FUNGSI MULTIVARIABEL BERKENDALA

Untuk mencapai keuntungan maksimum dengan **Fungsi Tujuan** (Fungsi Keuntungan) sbb :

$$\Pi = f(Q_1, Q_2)$$

$$\Pi^o = 120 + 180Q_2 - 2Q_1^2 - Q_1Q_2 - 2Q_2^2$$

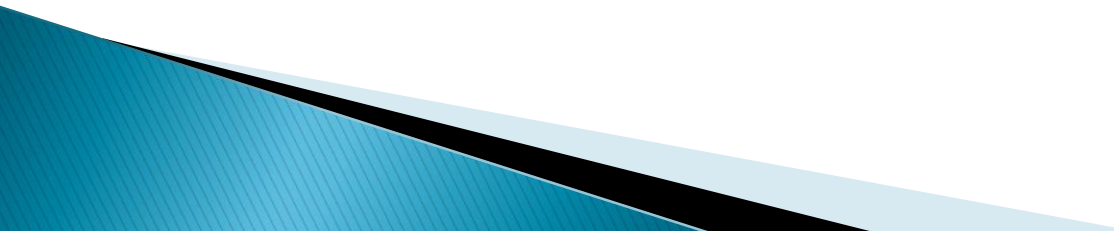
Menghadapi kendala terbatasnya produksi, dengan **Persamaan Kendala** (Persamaan Kuota Produksi) :

$$Q_1 + Q_2 = Q^o \dots Q_1 + Q_2 = 950$$

Tentukan Q_1 dan Q_2 yang memaksimum keuntungan (Π) ?

Lanjutan :

Dari fungsi ini (Contoh di atas) :

- Variabel Q_1 dan Q_2 **dependen** (Saling tergantung)
 - Besaran Q_1 dan Q_2 **ada pembatas**
 - Titik optimum fungsi adalah titik **"Optimum Terkendala"**
- 

CONTOH (2) :

FUNGSI MULTIVARIABEL BERKENDALA

Fungsi Tujuan : Memaksimum Utilitas

$$U^o = 4Q_1Q_2 - Q_1^2 - 3Q_2^2$$

Persamaan Kendala : Anggaran (Budget Line)

$$P_1.Q_1 + P_2.Q_2 = M^o \dots\dots 2.Q_1 + 3.Q_2 = 45$$

Tentukan Jumlah Q1 dan Q2 yang memaksimum utilitas (U)..... ?

CONTOH (3) :

FUNGSI MULTIVARIABEL BERKENDALA :

Diketahui Fungsi Tujuan (Fungsi Biaya):

$$C = 6 X_1^2 + 3X_2^2$$

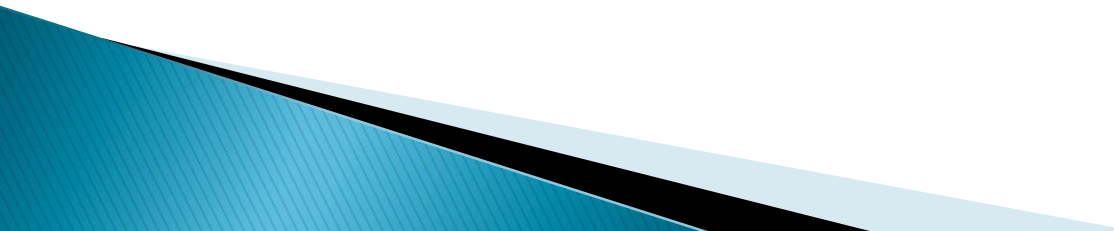
Dengan Kendala:

$$X_1 + X_2 = 18$$

Tentukan :

- Nilai X_1^* , X_2^* yang Meminimisasi Biaya, dan Besarnya Biaya Minimum C^* ;
- Buktikan C^* adalah Optimum Minimum.

Lanjutan:

- ❑ Masalah yang dihadapi adalah terbatasnya modal, sehingga jumlah produksi dibatasi (kuota produksi) 18 satuan.
 - ❑ Jika jumlah produksi dibatasi (kuota produksi = 18 satuan), berapa jumlah Q1 dan Q2 untuk mencapai Biaya Minimum?
 - ❑ Biaya Minimum tersebut disebut ‘Titik Optimum Terkendala’
- 

Cara menentukan titik optimum terkendala :

1. Cara substitusi (eliminasi)
 2. Pendekatan deferensial total
 3. Metode pengali Lagrange (Lagrange Multipliers)
- 