Deret dan Notasi Deret

1) Deret Geometri
2) Definisi dan Notasi

Oleh: Amir Supriyanto
Jurusan Fisika FMIPA Unila

1. Barisan Geometri

Barisan geometri merupakan salah satu contoh barisan sederhana yang mempunyai ciri setiap anggota deret merupakan hasil kali tetapan dari anggota deret lainnya, contoh:

- 2, 4, 8, 16, 32, …
- $1, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \frac{16}{81}, \ldots$
- $a, ar, ar^2, ar^3, \ldots$

Gejala fiisika yang berbentuk deret geometri contohnya: bola pingpong yang dilepas di atas lantai akan dipantulkan oleh lantai secara lenting sebagian sehingga memenuhi deret seperti pada contoh 2).

Penurunan ketinggian maksimum bola pingpong terjadi secara terus menerus, tinggi maksimum hasil pantulan adalah $\frac{2}{3}$ dari tinggi maksimum sebelumnya. Misalkan tinggi mula-mula 1 m, jarak yang ditempuh bola karena gerak naik-turun dapat dituliskan sebagai deret:

$$1+\frac{2}{3}+\frac{4}{9}+\frac{8}{27}+\frac{16}{81},\ldots$$

Terdapat hubungan antara: suku ke-1 dan suku ke-2, suku ke-2 dan suku ke-3, suku ke-3 dan suku ke-4, suku ke-4 dan suku ke-5, dan seterusnya, yaitu:

$$\frac{\frac{2}{3}}{1} = \frac{\frac{4}{9}}{\frac{2}{3}} = \frac{\frac{8}{27}}{\frac{4}{9}} = \frac{\frac{16}{81}}{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3}$$

Secara umum deret geometri dirumuskan seperti contoh 3). Kemudian dapat dijumlahkan sampai dengan suku ke-n:

- $S_n = a + ar + ar^2 + ar^3 + \cdots + ar^n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

Selanjutnya untuk $n = \infty$, jumlah deret geometri:

- $S = \lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} \left(\frac{a(1-r^n)}{1-r}\right) = \frac{a(1-r^\infty)}{1-r} = \frac{a(1-0)}{1-r} = \frac{a}{1-r}$

Sehingga deret geometri disebut deret konvergen karena deret itu memiliki jumlah yang berhingga (tertentu) untuk $n = \infty$. Sedangkan deret yang memiliki nilai tak hingga (∞) untuk $n = \infty$, deret ini disebut divergen.

2. Definisi dan Notasi

Selain deret geometri, terdapat banyaak deret dengan contoh sebagai berikut:

- $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \cdots$
- $\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \frac{4}{2^4} + \cdots$
- $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots$

Secara umum, deret dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots$$

a_n merupakan angka, peubah (*variabel*) atau fungsi pada suku ke-*n*. sedangkan tiga buah titikyang berurutan melambangkan bahwa deret tidak pernah berhenti.

Bentuk deret pada contoh setiap suku ke-n dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan (rumus):

- $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \cdots n^2 + \cdots$
- $\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \frac{4}{2^4} + \cdots + \frac{n}{2^n} + \cdots$
- $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots \frac{(-1)^{n-1}x^n}{n} + \cdots$

Untuk menghitung jumlah deret sampai dengan suku tertentu dinyatakan dengan Σ (dibaca sigma) yang bersrti jumlah. $\sum_{n=i}^{\infty} = (\text{sigma})$ memiliki maknapenjumlahn suku deret dan suku ke-*n* bergerak dari i sampai dengan ∞.

- $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} n^2$
- $\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \frac{4}{2^4} + \cdots + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$
- $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^n}{n}$