MATRIKS

TIM DOSEN

1 **Matriks dan Operasinya**

MATRIKS DAN OPERASINYA

Sub Pokok Bahasan

- Matriks
- Jenis-jenis Matriks
- Operasi Matriks
- Operasi Baris Elementer
- Determinan Matriks
- Matriks Invers (Balikan)

Matriks

- Notasi Matriks

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Baris pertama

Kolom Kedua

Unsur/entri/elemen ke-mn (baris ke m dan kolom ke n)

Matriks diatas berukuran (orde) $m \times n$

Matriks(2)

- Misal terdapat dua buah matriks berukuran sama A dan B. Matriks A dikatakan sama dengan matriks B $(A = B)$ jika

setiap unsur dari matriksnya sama

$(a_{ij} = b_{ij}$ untuk setiap i dan $j)$

Jenis-jenis Matriks

- Matriks Bujur Sangkar

  Matriks yang jumlah baris dan jumlah kolomnya sama

  Contoh:

$$A_{3\times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Diagonal utama

Jenis-jenis Matriks(2)

- Matriks Diagonal

  Matriks bujur sangkar dimana setiap unsur yang bukan merupakan elemen diagonal utama adalah nol

  Contoh:

$$A_{3\times 3} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

- Matriks Identitas

  Matriks diagonal dimana setiap unsur diagonal utamanya adalah satu

  Contoh:

$$I_{3\times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Jenis-jenis Matriks(3)

- Matriks segitiga
  - Matriks segitiga atas

    Matriks yang semua unsur di bawah diagonal utama pada kolom yang bersesuaian adalah nol

    Contoh:

$$A_{3\times 3} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 0 & 9 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

  - Matriks segitiga bawah

    Matriks yang semua unsur di atas diagonal utama pada kolom yang bersesuaian adalah nol

    Contoh:

$$B_{3\times 3} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Jenis-jenis Matriks(4)

- Transpos Matriks

  Matriks transpos diperoleh dengan menukar baris matriks menjadi kolom dan sebaliknya

  Notasi A^T (hasil transpos matriks A)

  Contoh:

$$A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \text{ maka } A^T = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

- Jika $A^T = A$ maka matriks A adalah matriks simetri

  Contoh:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Operasi Matriks

Beberapa Operasi Matriks yang perlu diketahui :

1. Penjumlahan Matriks
2. Perkalian Matriks
   - Perkalian skalar dengan matriks
   - Perkalian matriks dengan matriks
3. Operasi Baris Elementer (OBE)

Operasi Matriks_Penjumlahan Matriks

- Syarat: Matriks yang dijumlahkan berorde (berukuran) sama
- Contoh:

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g & h & i \\ j & k & l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+g & b+h & c+i \\ d+j & e+k & f+l \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 10 & 12 \end{bmatrix}$$

Operasi Matriks_Perkalian Matriks

- Terdapat 2 jenis Perkalian dalam Matriks
  - Perkalian scalar dengan matriks

$$k\begin{bmatrix} p & q \\ r & s \\ t & u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} kp & kq \\ kr & ks \\ kt & ku \end{bmatrix}$$

  - Perkalian matriks dengan matriks

    Misal terdapat 2 buah matriks A berorde $p \times q$ dan B berorde $m \times n$.

    - Matriks A dapat dikalikan dengan matriks B jika $q = m$. Hasil perkaliannya (AB) berorde $p \times n$.
    - Matriks B dapat dikalikan dengan matriks A jika $n = p$. Hasil perkaliannya (BA) berorde $m \times q$.

Operasi Matriks_Perkalian Matriks(2)

- Contoh:

Diketahui $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}_{2\times3}$ dan $B = \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \\ t & u \end{bmatrix}_{3\times2}$ maka

$$AB = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}_{2\times3} \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \\ t & u \end{bmatrix}_{3\times2} = \begin{bmatrix} ap + br + ct & aq + bs + cu \\ dp + er + ft & dq + es + fu \end{bmatrix}_{2\times2}$$

Operasi Matriks_Perkalian dan Penjumlahan

- Misalkan A, B, C adalah matriks berukuran sama dena α, β merupakan unsur bilangan Riil,

  Maka operasi matriks memenuhi sifat berikut:

  1. $A + B = B + A$
  2. $A + (B + C) = (A + B) + C$
  3. $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$
  4. $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$

Operasi Matriks_Perkalian dan Penjumlahan(2)

- Contoh:

  Diketahui matriks:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

  Tentukan

  a. AA^T

  b. $A^T A$

Operasi Matriks_Perkalian dan Penjumlahan(3)

- Jawab:

$$A^T = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

Maka

$$AA^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 4 & -2 \\ 4 & 13 & -3 \\ -2 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

Sedangkan

$$A^T A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & -4 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$$