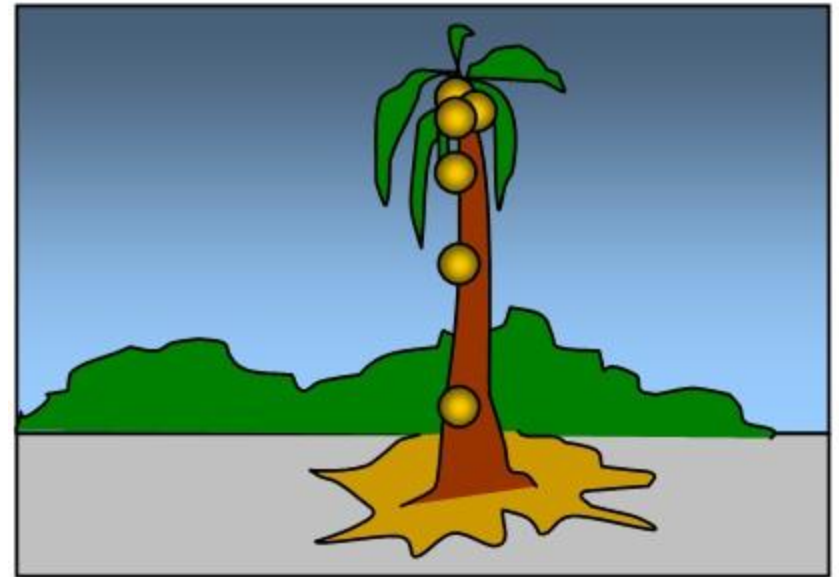


KINEMATIKA

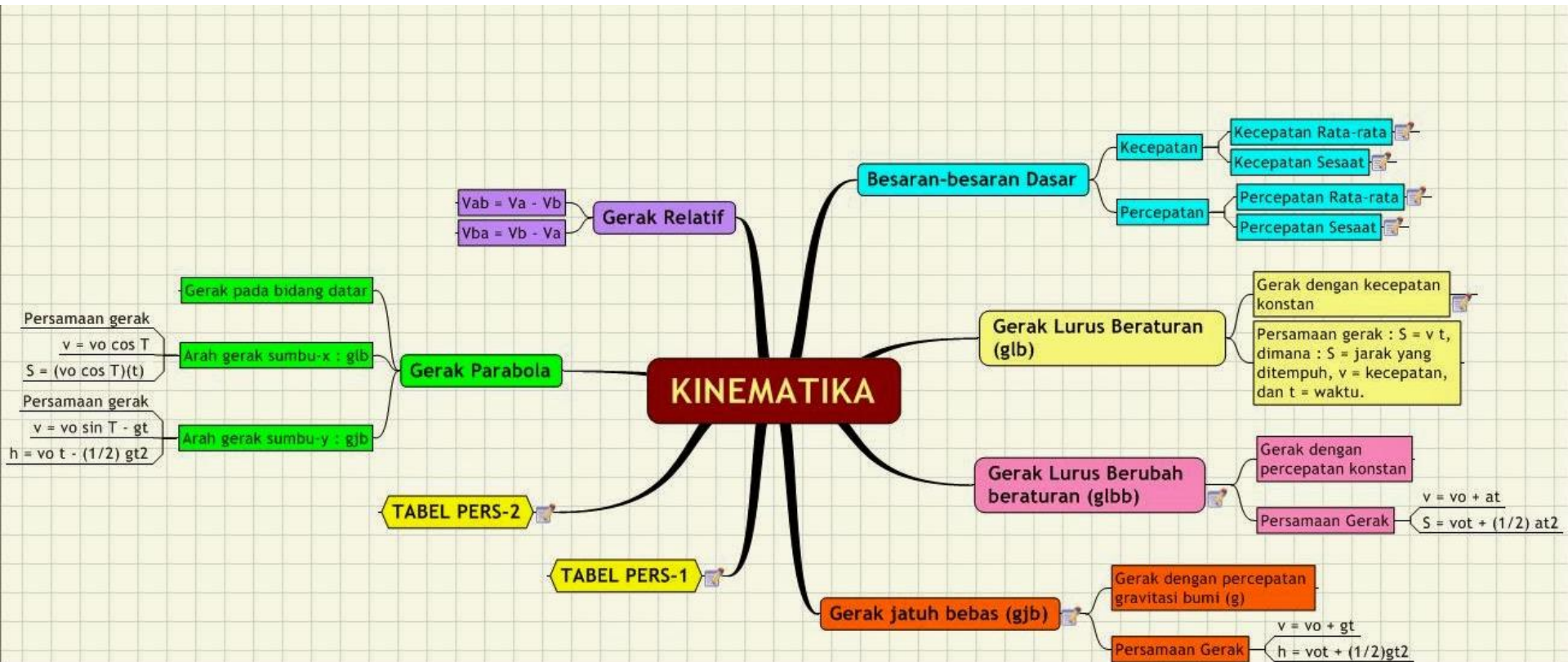
Rudi Susanto, M.Si



**Apa yang kamu
pikirkan?**



Mind Maps



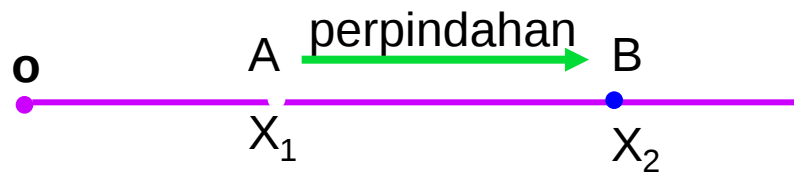
Pendahuluan

- ❖ Suatu benda dikatakan bergerak bila kedudukannya selalu berubah terhadap suatu acuan
- ❖ Ilmu yang mempelajari gerak tanpa mempersoalkan penyebabnya disebut **Kinematika**
- ❖ Untuk menghindari terjadinya kerumitan gerakan benda dapat didekati dengan analogi gerak partikel (benda titik)

Besaran Dasar

1. Perpindahan → Vektor

Perubahan kedudukan benda dalam selang waktu tertentu (tergantung sistem koordinat).

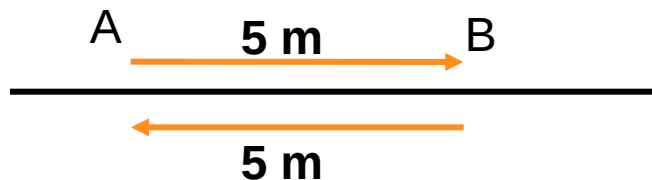


$$\Delta X = X_2 - X_1$$

Catatan:

Jarak → Skalar

Panjang lintasan sesungguhnya yang ditempuh oleh benda



Contoh :

Benda bergerak dari A ke B (5 m) dan kembali lagi ke A

Perpindahan (ΔX) = 0

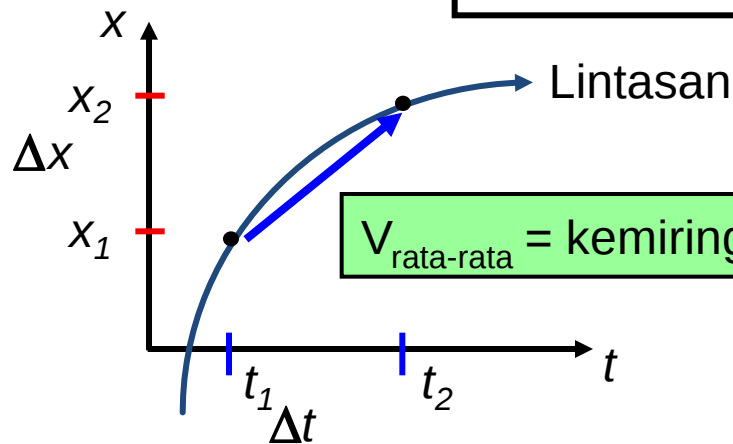
Jarak = 5 m + 5 m = 10 m

2. Kecepatan $\longrightarrow$ Vektor

Bila benda memerlukan waktu Δt untuk mengalami perpindahan ΔX , maka :

A. Kecepatan Rata-rata

$$\text{Kecepatan Rata-rata} = \frac{\text{Perpindahan}}{\text{Waktu yang diperlukan}} \quad V_{\text{rata-rata}} = \frac{X_2 - X_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta X}{\Delta t}$$



B. Kecepatan Sesaat

Kecepatan rata-rata apabila selang waktu mendekati nol (kecepatan pada suatu saat tertentu).

$$V_{\text{sesaat}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Catatan :

Kelajuan $\longrightarrow$ Skalar

Bila benda memerlukan waktu t untuk menempuh jarak X maka :

$$\text{Kelajuan Rata-rata} = \frac{\text{Jarak total yang ditempuh}}{\text{Waktu yang diperlukan}}$$
$$V = \frac{X}{t}$$

3. Percepatan

A. Percepatan Rata-rata

Perubahan kecepatan per satuan waktu.

$$a_{rata-rata} = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

B. Percepatan Sesaat

Perubahan kecepatan pada suatu saat tertentu

(percepatan rata-rata apabila selang waktu mendekati nol).

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{\Delta t}$$
$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

CONTOH 1 :

Posisi seorang pelari sebagai fungsi waktu digambarkan sepanjang sumbu x dari suatu sistem koordinat, selama selang waktu 3s, posisi pelari berubah dari $x_1 = 50\text{m}$ menjadi $x_2 = 30,5\text{ m}$ jika diukur dari pusat koordinat. Berapakah kecepatan rata-rata pelari tersebut ?

Pembahasan :

Kecepatan rata-rata pelari tersebut adalah

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{30,5\text{m} - 50\text{m}}{3\text{s}} = \frac{-19,5\text{m}}{3\text{s}} = -6,5\text{m} / \text{s}$$

Perpindahan dan kecepatan rata-rata bertanda negatif, berarti bahwa pelari tersebut bergerak ke arah kiri sepanjang sumbu x. Maka dapat dikatakan bahwa kecepatan rata-rata pelari tersebut adalah 6,5 m/s ke kiri.

Contoh Soal

Posisi dari suatu benda yang bergerak pada sumbu x diberikan oleh persamaan :

$$x = 4 - 27t + t^3.$$

- a). Hitung kecepatannya pada $t = 5$ s
- b). Hitung percepatannya setiap saat
- c). Kapan kecepatannya nol

Jawab :

$$a). \quad v(t) = \frac{dx}{dt} = -27 + 3t^2 \quad \rightarrow \quad v(5) = -27 + 3(5)^2 = 48 \text{ m/s}$$

$$b). \quad a(t) = \frac{dv}{dt} = 6t$$

$$c). \quad v(t) = -27 + 3t^2 = 0 \quad \rightarrow \quad t = 3\text{s}$$

Selesaikan!

Jika diketahui persamaan gerak partikel : $x = 20 - t^3$ (dalam satuan cgs)

Tentukan :

- Pergeseran dari partikel tersebut dalam selang waktu $t = 1$ s dan $t = 3$ s
- Kecepatan saat $t = 3$ s
- Buat grafik $x-t$ dan $v-t$ untuk $t = 0$ sampai dengan $t = 3$ s.

Pembahasan :

a. Pada saat $t = 1$ s, maka $x_1 = 20 - t_1^3 = 20 - (1)^3 = 19$ cm

Pada saat $t = 2$ s, maka $x_2 = 20 - t_2^3 = 20 - (3)^3 = -7$ cm

Maka pergeseran/perpindahan artikel tersebut adalah :

$$\Delta x = x_2 - x_1 = -7 - 19 = -26 \text{ cm} \text{ (ke kiri pada sumbu x/ke arah sumbu x negatif)}$$

b. Persamaan kecepatan rata-rata adalah turunan dari persamaan gerak, yaitu :

$$v_{(t)} = \frac{dx}{dt} = \frac{d(20 - t^3)}{dt} = -3t^2$$

Maka kecepatan pada saat $t = 3$ s adalah :

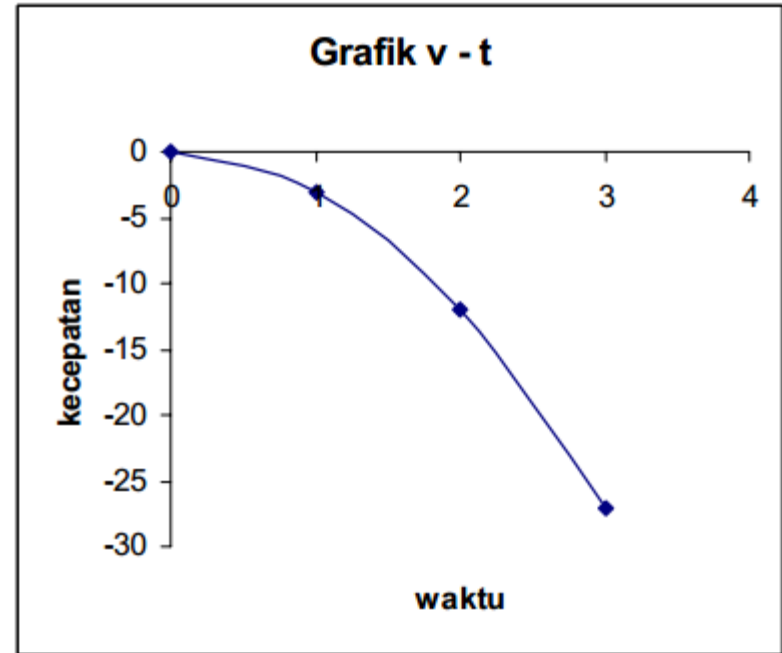
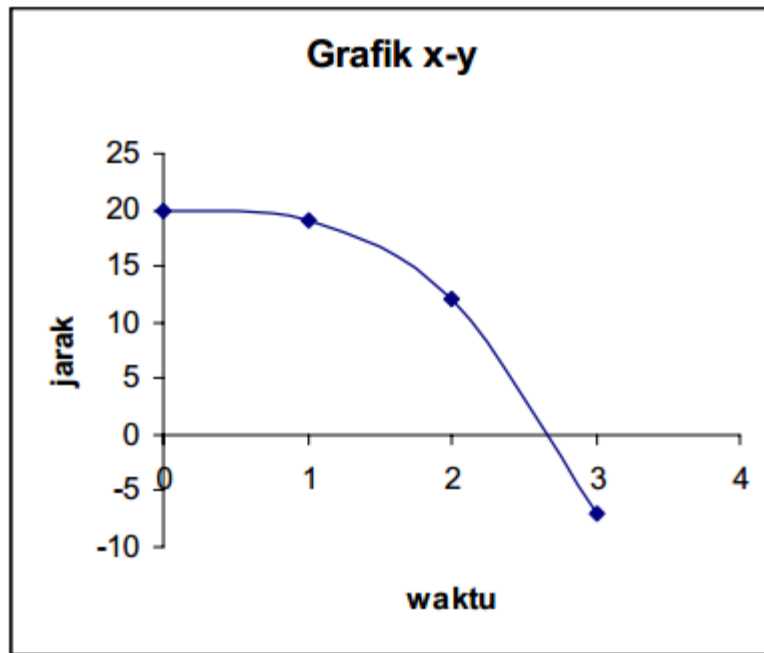
$$v_{(t=3)} = -3t^2 = -3 (3)^2 = -27 \text{ cm/s}$$

- c. Untuk membuat grafik x - t diperlukan persamaan $x = 20 - t^3$
Untuk membuat grafik v - t diperlukan persamaan $v = -3t^2$
Kemudian hitung untuk masing-masing persamaan di atas pada saat $t = 0$ sampai $t = 3$ s, sehingga diperoleh hasil sebagai berikut :

t	x	v
0	20	0
1	19	-3
2	12	-12
3	-7	-27

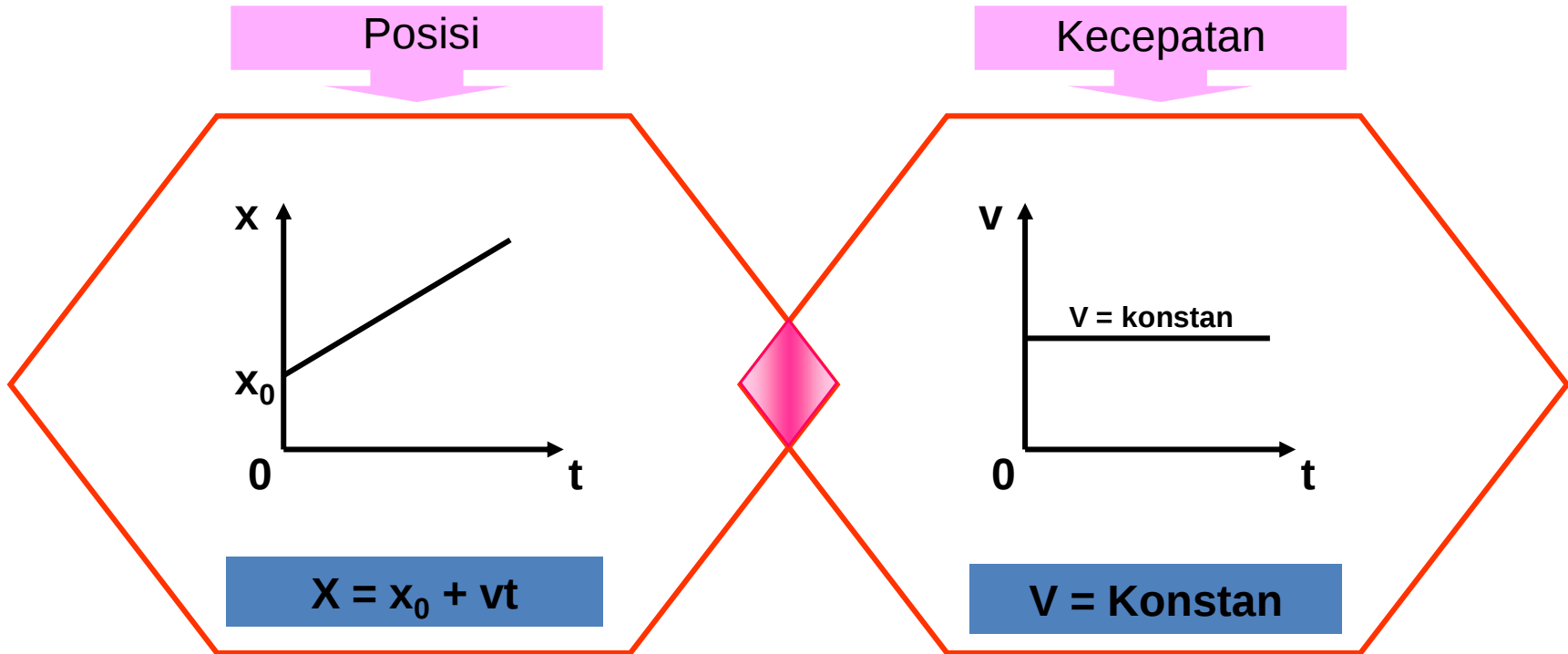
Ternyata dari hasil perhitungan diperoleh bahwa pada saat $t = 0$ diperoleh $x = 20$ cm dan $v = 0$. Lalu plotkan semua data pada tabel di atas pada sebuah grafik koordinat xy dimana sumbu x sebagai waktu (t) dan sumbu y sebagai jarak (x) pada grafik x - t sedangkan sebagai kecepatan sesaat (v) pada grafik v - t .

Grafik



GERAK LURUS BERATURAN (GLB)

Gerak benda pada lintasan lurus dengan kecepatan tetap

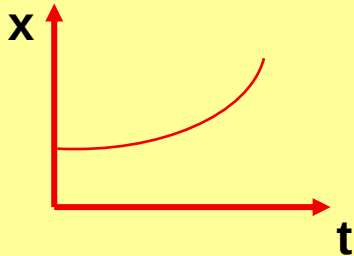


Catatan : Percepatan (a) = 0

GERAK LURUS BERUBAH BERATURAN (GLBB)

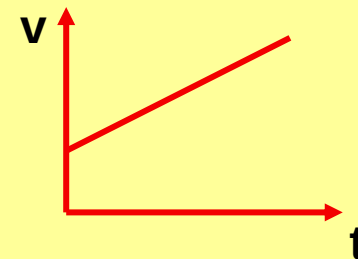
Gerak lurus yang percepatannya tidak berubah (tetap) terhadap waktu → dipercepat beraturan

Posisi



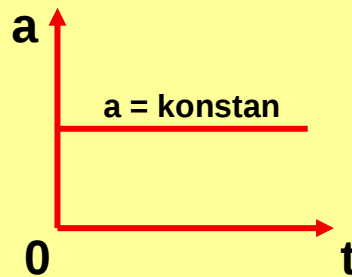
$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Kecepatan



$$v = v_0 + at$$

Percepatan



$$a = \text{Konstan}$$

Contoh

Berapakah selang waktu yang dibutuhkan sebuah mobil untuk menyebrangi persimpangan selebar 30 m setelah lampu lalu lintas berubah menjadi hijau, jika percepatannya dari keadaan diam adalah 2 m/s^2 secara konstan ?

Pembahasan :

Jika diketahui bahwa jarak perpindahan mobil tersebut adalah (x) 30 m dengan percepatan (a) konstan sama dengan 2 m/s^2 . Dimana mobil tersebut pada awalnya adalah diam sehingga $v_0 = 0$, maka

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$30 \text{ m} = (0)t + \frac{1}{2} (2 \text{ m/s}^2) t^2$$

$$30 \text{ m} = t^2$$

$$t = \sqrt{30 \text{ m}}$$

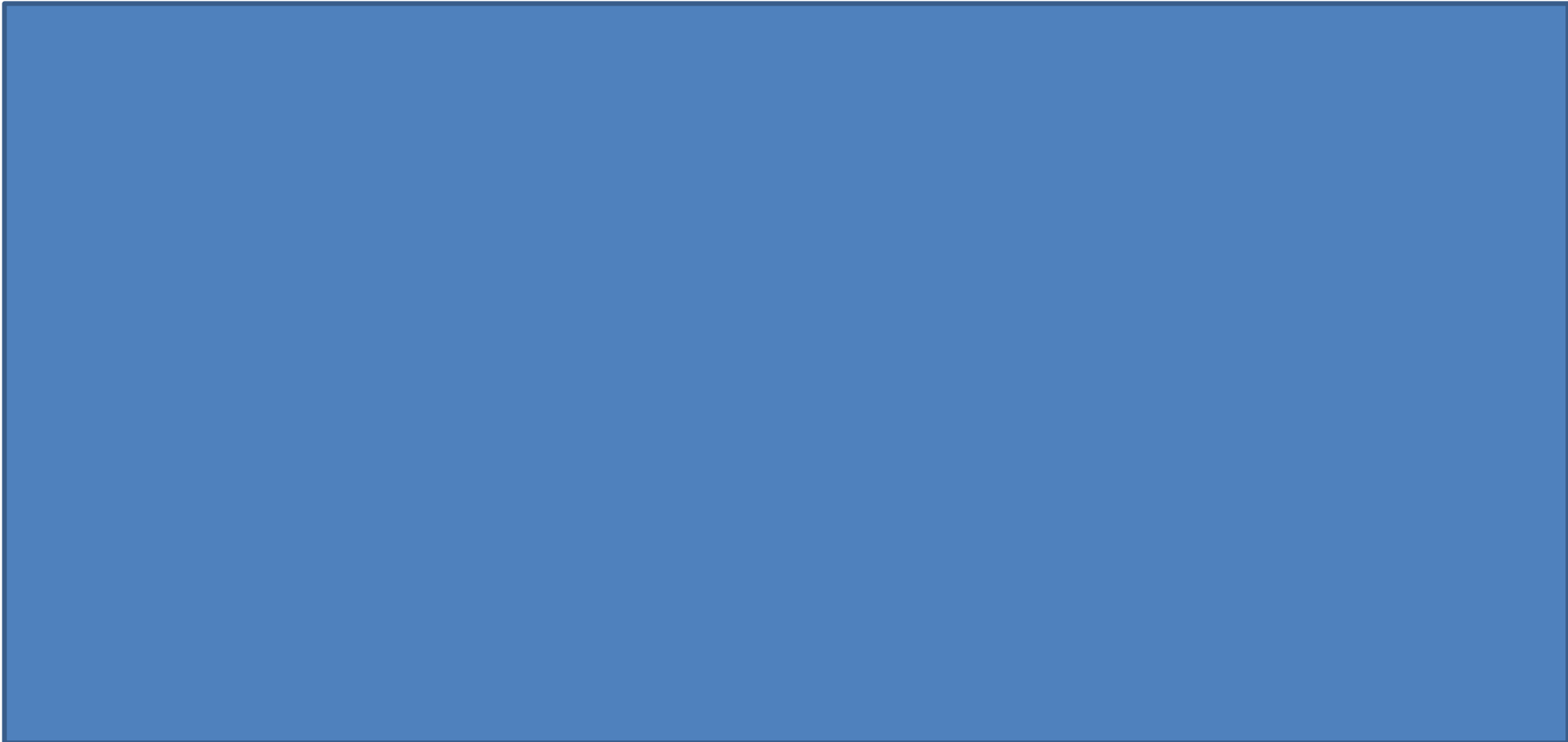
$$= 5,48 \text{ s}$$

Jadi waktu yang dibutuhkan mobil tersebut untuk menyebrangi persimpangan tersebut adalah 5,48s.

Kerjakan!

Kereta api bergerak pada rel lurus dengan kecepatan 40 m/s dapat direm hingga berhenti dalam waktu 60 detik. Berapakah jarak yang ditempuh kereta api saat mulai direm hingga berhenti sama sekali ?

Pembahasan :



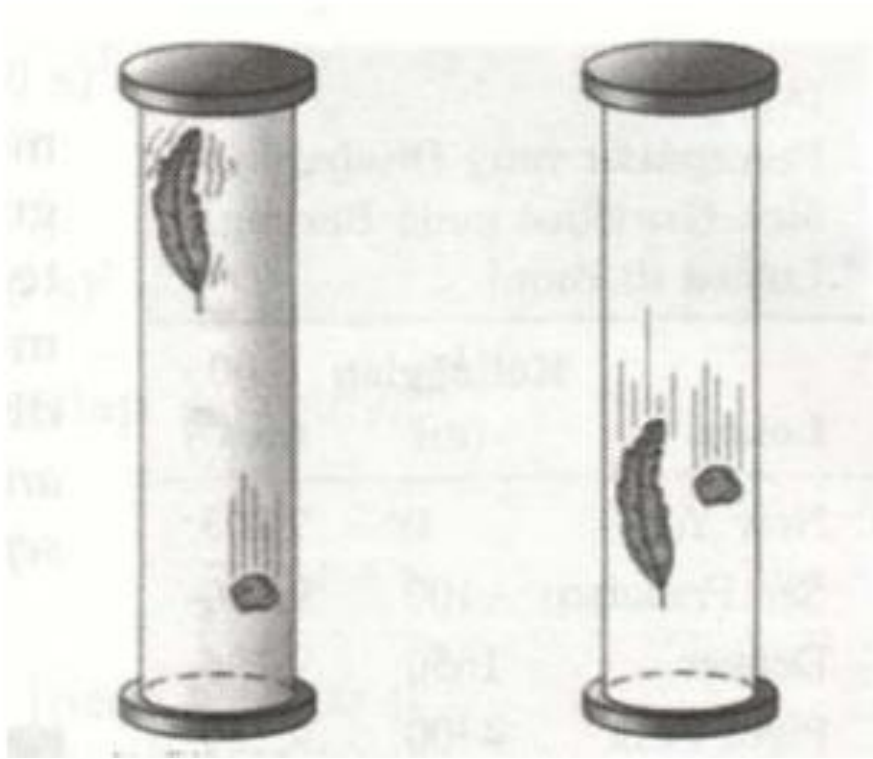
Kerjakan!

1. Sebuah mobil bergerak dengan kecepatan 27 km/jam, kemudian mobil dipercepat dengan percepatan 2 m/s^2 .
Hitunglah kecepatan mobil dan jarak yang ditempuhnya selama 5 detik setelah percepatan tersebut.

Jawab :



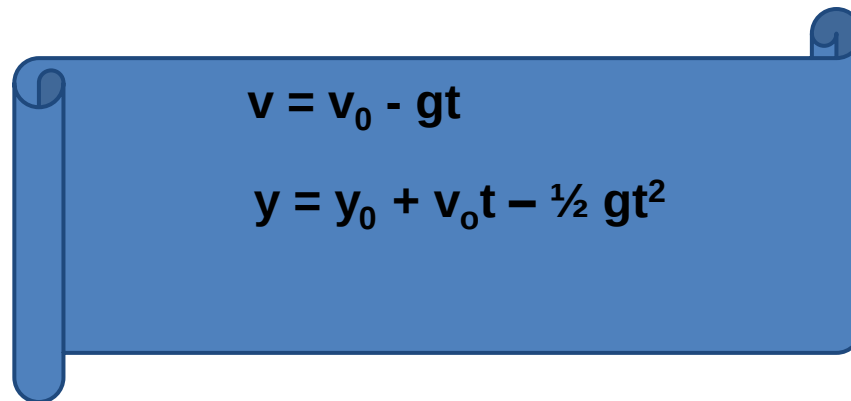
GERAK JATUH BEBAS



Jika **bulu** dan **batu** dijatuhkan
mana dulu yang
akan sampai
tanah?

GERAK JATUH BEBAS

- ✓ Merupakan contoh dari gerak lurus berubah beraturan
- ✓ Percepatan yang digunakan untuk benda jatuh bebas adalah percepatan gravitasi (biasanya $g = 9,8 \text{ m/det}^2$)
- ✓ Sumbu koordinat yang dipakai adalah sumbu y


$$v = v_0 - gt$$
$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} gt^2$$

- ✓ Hati-hati mengambil acuan 
 - Arah ke atas negatif (-)
 - Arah ke bawah positif (+)

2 . Seorang pemain baseball melempar bola sepanjang sumbu Y dengan kecepatan awal 12 m/s. Berapa waktu yang dibutuhkan bola untuk mencapai ketinggian maksimum dan berapa ketinggian maksimum yang dapat dicapai bola tersebut?

Jawab :

- Percepatan bola ketika meninggalkan pemain adalah $a = -g$.
- Kecepatan pada ketinggian maksimum adalah $V = 0$

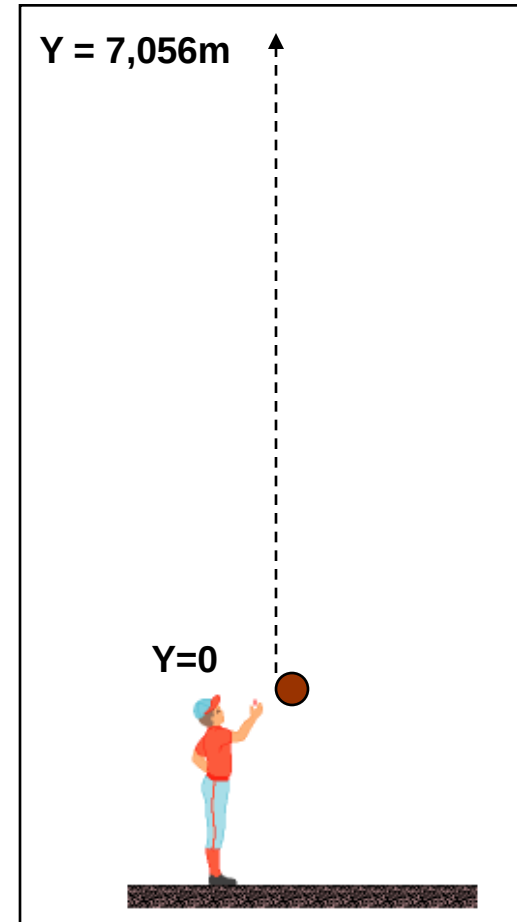
Waktu untuk mencapai ketinggian maksimum :

$$V = V_0 + gt$$

$$t = (V - V_0)/g = (0 - 12) / (-9,8) = 1.2 \text{ s}$$

Ketinggian maksimum yang dicapai :

$$\begin{aligned} y &= y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \\ &= 12 \cdot 1,2 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 1,2^2 \\ &= 7,056 \text{ m} \end{aligned}$$



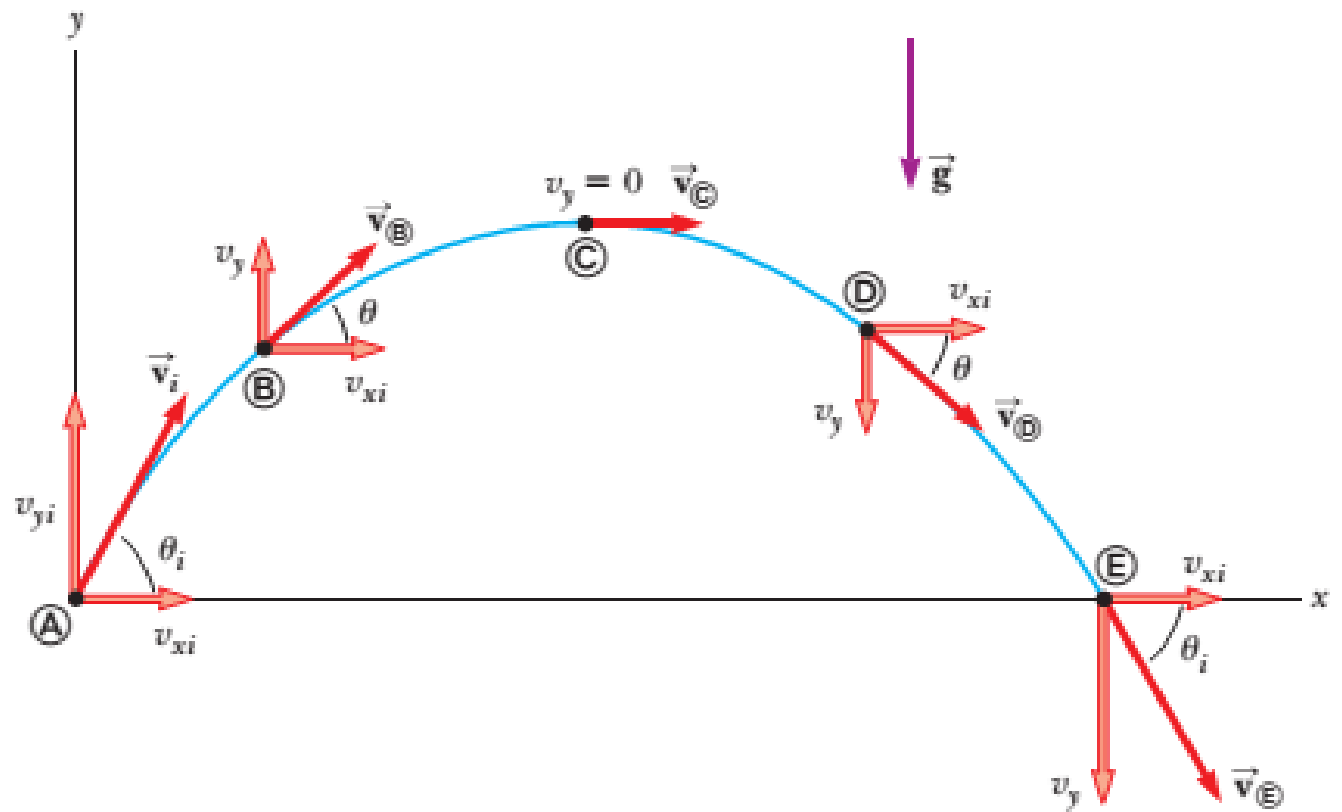
Selesaikan!

Sebuah bola dilepaskan dari ketinggian 70 m. Tentukanlah posisi dan kecepatan bola tersebut setelah 1s, 2s, dan 3s !

Pembahasan :



GERAK PADA BIDANG DATAR



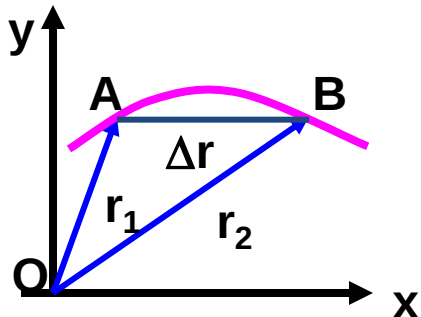
4.1 PENDAHULUAN

- Gerak dalam bidang datar merupakan gerak dalam dua dimensi
- Contoh gerak pada bidang datar :
 - Gerak peluru
 - Gerak melingkar
 - Gerak relatif

4.2 VEKTOR POSISI, KECEPATAN DAN PERCEPATAN

Andaikan partikel Bergerak pada lintasan melengkung

4.2.1 VEKTOR POSISI



$$\text{Vektor Posisi } r_1 = OA = x_1 i + y_1 j$$

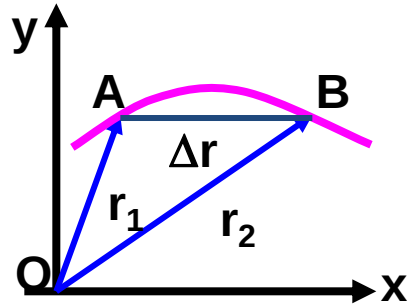
$$\text{Vektor Posisi } r_2 = OB = x_2 i + y_2 j$$

$$\begin{aligned}\text{Pergeseran} &= \Delta r = AB = r_2 - r_1 \\ &= (x_2 i + y_2 j) - x_1 i + y_1 j \\ &= (x_2 - x_1) i - (y_2 - y_1) j \\ &= \Delta x i - \Delta y j\end{aligned}$$

4.2.2 KECEPATAN

Perubahan posisi per satuan waktu

A. Kecepatan Rata-rata



$$\bar{V} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{r_2 - r_1}{t_2 - t_1}$$

Catatan :

Kecepatan rata-rata tidak tergantung lintasan partikel tetapi tergantung pada posisi awal (r_1) dan posisi akhir (r_2).

B. Kecepatan Sesaat

Kecepatan pada waktu yang sangat singkat $\Delta r \rightarrow 0$

$$V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{dr}{dt}$$

$$V = \frac{dx}{dt} i + \frac{dy}{dt} j$$

$$= V_x i + V_y j \quad ; \quad V_x = \frac{dx}{dt} \quad ; \quad V_y = \frac{dy}{dt}$$

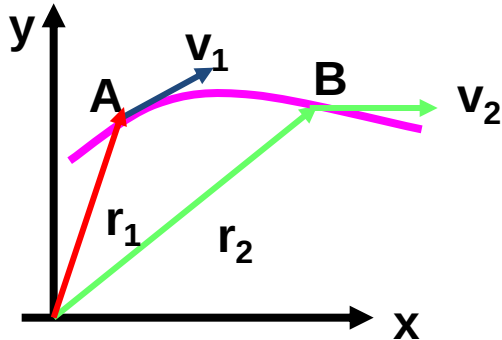
Besar Kecepatan :

$$|V| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

4.2.3 PERCEPATAN

Perubahan kecepatan per satuan waktu.

A. Percepatan Rata-rata



$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

$$\bar{a} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} i + \frac{\Delta v_y}{\Delta t} j$$

B. Percepatan Sesaat

Percepatan pada waktu yang sangat singkat $\Delta t \rightarrow 0$

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

$$a = \frac{dv_x}{dt} i + \frac{dv_y}{dt} j$$

$$= a_x i + a_y j$$

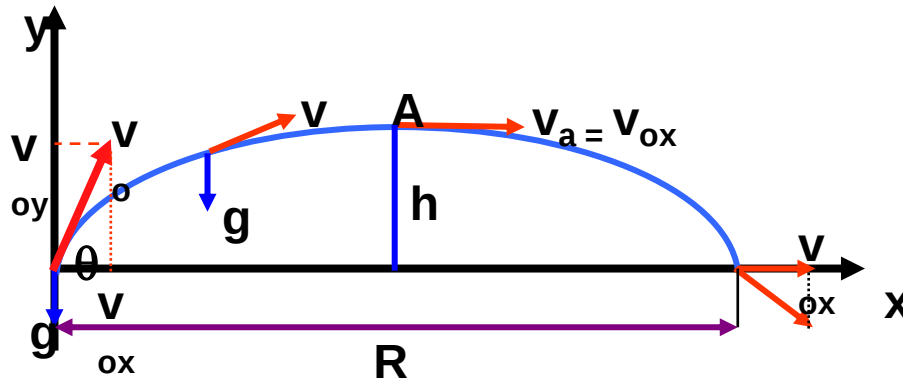
$$a_x = \frac{dv_x}{dt} ; \quad a_y = \frac{dv_y}{dt}$$

**Besar
Percepatan :**

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

4.3 GERAK PELURU

- ✓ Merupakan gerak pada bidang datar yang lintasannya berbentuk parabola
- ✓ Percepatan pada gerak peluru adalah tetap



$$v_o = v_{ox}i + v_{oy}j$$

$$v_{ox} = v_o \cos \theta$$

$$v_{oy} = v_o \sin \theta$$

Kecepatan

$$v = v_o - gt \quad (\text{catatan } a = -g)$$

$$= (v_{ox}i + v_{oy}j) - gtj$$

$$= v_{ox}i + (v_{oy} - gt)j$$

$$= v_x i + v_y j$$

$$v_x = v_{ox}$$

$$v_y = v_{oy} - gt$$

Posisi

$$r = x_i + yj$$

$$= (v_{ox}i + v_{oy}j)t - \frac{1}{2}gt^2j$$

$$= v_{ox}i + (v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2)j$$

$$x = v_{ox}t$$

$$y = v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2$$

- Waktu yang diperlukan peluru untuk mencapai titik tertinggi (A) $\rightarrow v_y = 0$

$$v_y = v_{oy} - gt$$

$$0 = v_{oy} - gt$$



$$t = \frac{v_{oy}}{g} = \frac{v_o \sin \theta}{g}$$

- Tinggi maksimum (h)

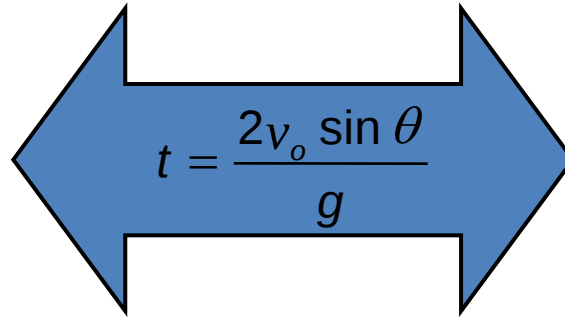
$$h = v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$= v_o \sin \theta \left(\frac{v_o \sin \theta}{g} \right) - \frac{1}{2}g \left(\frac{v_o \sin \theta}{g} \right)^2$$



$$h = \frac{v_o^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

- Waktu untuk mencapai titik terjauh (B) $\rightarrow y = 0$


$$t = \frac{2v_o \sin \theta}{g}$$

- Jarak terjauh yang dicapai peluru

$$\begin{aligned} R &= v_{ox} t \\ &= v_{ox} \frac{2v_o \sin \theta}{g} \\ &= \frac{2v_o^2 \sin \theta \cos \theta}{g} \\ &= \frac{v_o^2 \sin 2\theta}{g} \end{aligned}$$

Catatan :

Jarak terjauh maksimum jika $\theta = 45^\circ$

RANGKUMAN

	Komponen x	Komponen y
Posisi	$x = v_{ox}t = v_o \cos \theta t$	$y = v_{oy}t - 1/2gt^2$ $= v_o \sin \theta t - 1/2gt^2$
Kecepatan	$v_{ox} = v_o \cos \theta$ $v_x = v_{ox} = v_o \cos \theta$	$v_{oy} = v_o \sin \theta$ $v_y = v_{oy} - gt$ $= v_o \sin \theta - gt$
Percepatan	$a_x = 0$	$a_y = -gt$

Contoh Soal

Sebuah bola ditendang dengan sudut elevasi 37° dan kecepatan awal 20 m/s. Berapakah :

- Tinggi maksimum ?
- Waktu tempuh bola sesaat sebelum menyentuh tanah ?
- Jarak bola jatuh menyentuh tanah jika diukur dari titik awal bola tersebut ditendang ?

Pembahasan :

$$\text{a. } y_m = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g} = \frac{(20 \text{ m/s})^2 \sin 37^\circ}{2(9,8 \text{ m/s}^2)} = 7,39 \text{ m}$$

$$\text{b. } t = \frac{2v_0 \sin \theta}{g} = \frac{2(20 \text{ m/s}) \sin 37^\circ}{9,8 \text{ m/s}^2} = 2,46 \text{ s}$$

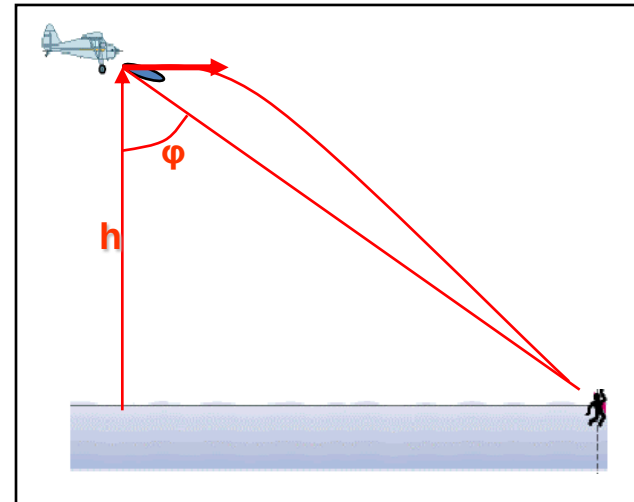
$$\text{c. } x_m = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{(20 \text{ m/s})^2 \sin 2(37^\circ)}{9,8 \text{ m/s}^2} = 39,24 \text{ m}$$

Latihan Soal

1. Sebuah pohon mangga yang sedang berbuah berada pada jarak 10 m dari seorang anak. Anak tersebut seang mengincar sebuah mangga yang menggantung pada ketinggian 8 m. Jika anak tersebut mengarahkan batu pada sudut 45° terhadap horisontal, berapa kecepatan lemparan supaya batu mengenai sasaran ? Percepatan gravitasi 10 m/s^2 .

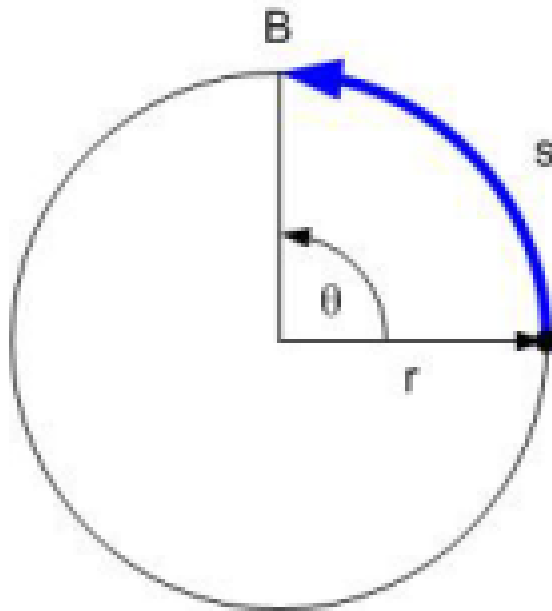


2. Sebuah pesawat penyelamat terbang dengan kecepatan 198 km/jam pada ketinggian 500 m diatas permukaan laut, dimana sebuah perahu mengalami kecelakaan, pilot pesawat akan menjatuhkan kapsul penyelamat untuk meyelamatkan penumpang perahu. Berapa sudut pandang pilot supaya kapsul jatuh tepat pada korban ?



Diketahui :

GERAK MELINGKAR



$$\theta = \frac{s}{r}$$

Dimana : θ = perpindahan sudut

s = jarak

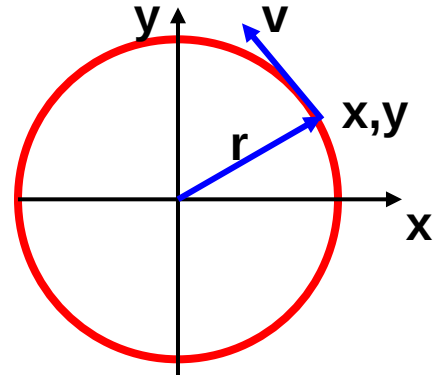
r = jari-jari

$$1 \text{ rad} = \frac{360^0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \text{ putaran}$$

$$1 \text{ putaran} = 2\pi \text{ rad} = 360^0$$

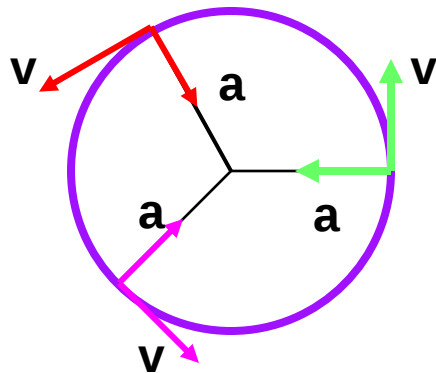
$$1^0 = \frac{2\pi}{360} \text{ rad}$$

Gerak yang lintasannya berbentuk lingkaran.



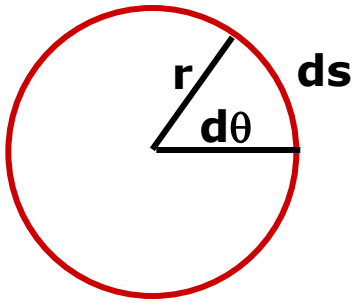
4.4.1 Gerak Melingkar Beraturan

- Lintasan mempunyai arak yang tetap terhadap pusat
- Besar kecepatan tetap, arah selalu menyinggung arah lintasan (berubah)



Percepatan Sentripetal :

$$a = \frac{v^2}{r}$$



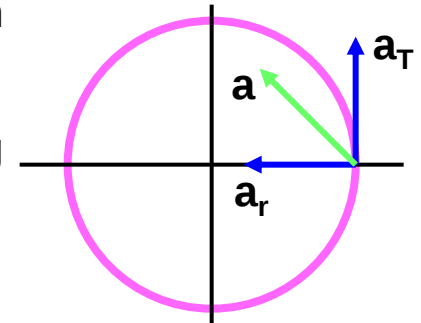
$$ds = r d\theta$$

$$v = \frac{ds}{dt} = r \frac{d\theta}{dt}$$

- Kecepatan sudut : $\omega = \frac{d\theta}{dt}$
- Kecepatan : $v = \omega r$ atau $\omega = \frac{v}{r}$

4.4.2 Gerak Melingkar Berubah Beraturan

- Gerak melingkar dengan kecepatan berubah, baik arah maupun besarnya
- Perubahan besar kecepatan → Percepatan singgung (tangensial)
- Perubahan arah kecepatan → Percepatan radial



Percepatan Sentripetal :

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

Percepatan Sudut :

$$a_T = \frac{dw}{dt}$$

Percepatan partikel tiap saat

$$a = a_r + a_T$$

$$|a| = \sqrt{a_r^2 + a_t^2}$$

$$\theta = \arctg \frac{a_r}{a_T}$$

Analogi gerak melingkar beraturan dengan gerak lurus berubah beraturan

Gerak Lurus	Gerak Melingkar
$v_r = \frac{v_0 + v_t}{2}$	$\omega_r = \frac{\omega_0 + \omega_t}{2}$
$x = v \cdot t$	$\theta = \omega_r \cdot t$
$v = v_0 + a \cdot t$	$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t$
$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta t$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta t$
$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$	$\theta = \theta_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2$

Contoh Soal

Roda sebuah mobil selalu melakukan 120 putaran setiap 60 sekon. Berapa kelajuan sudut roda ? Nyatakan dalam : (a) *revolution per minute (rpm)* atau putaran per menit (b) derajat per sekon ($^{\circ}/s$)

Pembahasan

a) kelajuan sudut roda dalam satuan putaran / menit (rpm)

$$120 \text{ putaran} / 60 \text{ sekon} = 120 \text{ putaran} / 1 \text{ menit} = 120 \text{ putaran} / \text{menit} = 120 \text{ rpm}$$

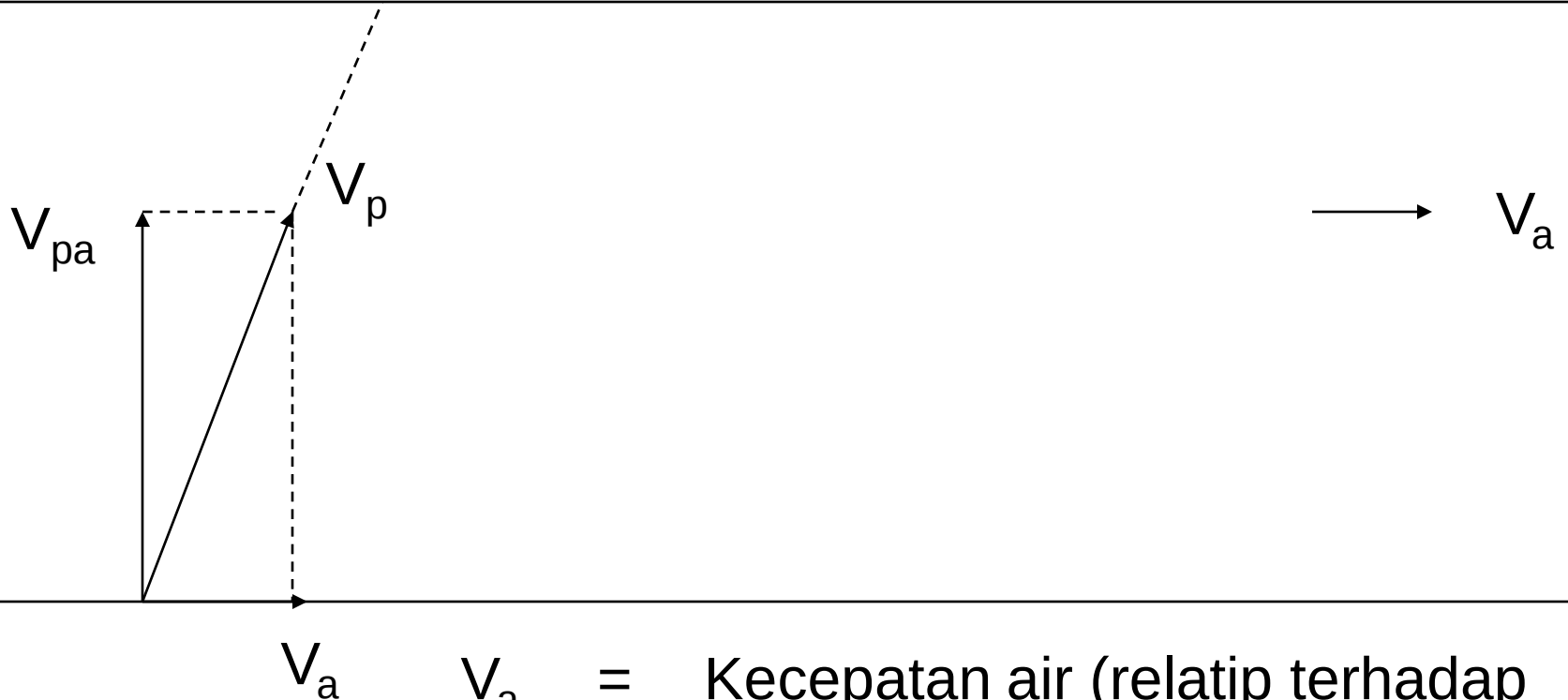
a) kelajuan sudut roda dalam satuan derajat / sekon ($^{\circ}/s$)

$$1 \text{ putaran} = 360^{\circ}, 120 \text{ putaran} = 43200^{\circ}$$

$$\text{Jadi } 120 \text{ putaran} / 60 \text{ sekon} = (120)(360^{\circ}) / 60 \text{ sekon} = 43200^{\circ} / 60 \text{ sekon} = 720^{\circ}/\text{sekon}$$

4.5 GERAK RELATIF

- Gerak benda yang berpangkal pada kerangka acuan yang bergerak
- Benda dan kerangka acuan bergerak terhadap kerangka acuan diam



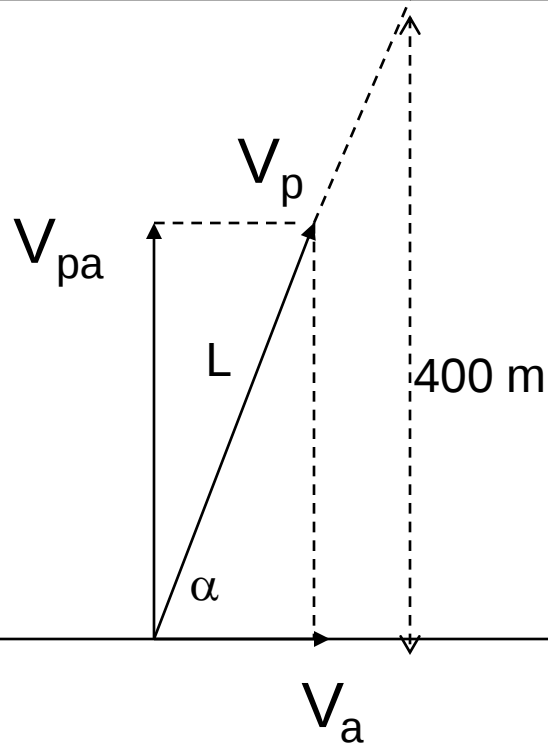
$$V_{pa} = V_p - V_a$$

$$V_p = V_{pa} + V_a$$

V_a = Kecepatan air (relatif terhadap bumi)

V_p = Kecepatan perahu (relatif terhadap bumi)

V_{pa} = Kecepatan relatif perahu terhadap air



$$V_a = 2 \text{ km / jam}$$

$$V_{pa} = 5 \text{ km / jam}$$

Berapa lama sampai di tujuan ?

$$V_p = \sqrt{V_{pa}^2 + V_a^2} = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29} = 5,4 \quad \alpha = \text{tg}^{-1} \frac{V_{pa}}{V_a} = \text{tg}^{-1} \frac{5}{2} = 68,2^\circ$$

$$\sin \alpha = \frac{0,4}{L} \rightarrow L = \frac{0,4}{\sin 68,2^\circ} = 0,43 \text{ km}$$

$$t = \frac{L}{V_p} = \frac{(0,43)(60)}{5,4} = 4,8 \text{ menit}$$

Terima Kasih