

Bahan Kuliah Ekonometrika I

OTOKORELASI

Imam Awaluddin

JURUSAN EKONOMI PEMBANGUNAN
FAKULTAS EKONOMI DAN BISNIS
UNIVERSITAS LAMPUNG
2021

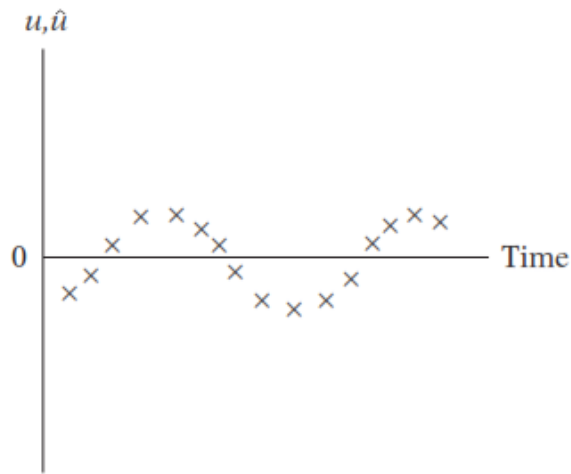
OTOKORELASI

- **Asumsi Regresi Klasik:** No serial correlation $\rightarrow \text{cov}(u_i, u_j) = 0$, $i \neq j$
- Otokorelasi = korelasi serial : korelasi antara variabel gangguan (*error*) yang satu dengan variabel gangguan lainnya $\rightarrow \text{cov}(u_i, u_j) \neq 0$, $i \neq j$.
- Data kurun waktu (time series) sering mengandung otokorelasi $\rightarrow$ *Error term* pada pada satu periode waktu secara sistematis tergantung pada error term pada periode waktu yang lain.
- Terjadi misalnya ada gejolak ekonomi (*shock*) akan berpengaruh thd PDB pada saat ini dan juga thd PDB periode-periode selanjutnya.

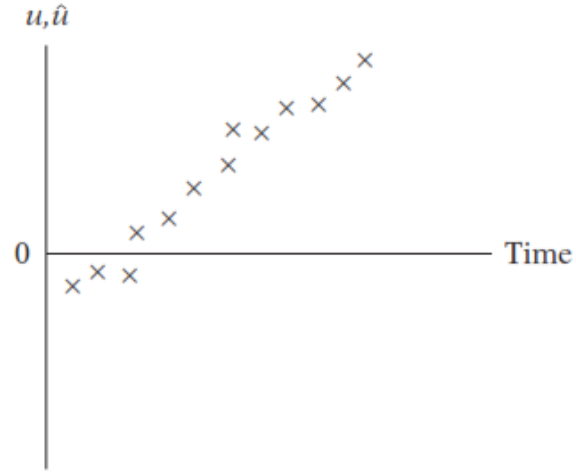
Otokorelasi pada data cross-section

- Korelasi antar faktor gangguan pada unit-unit cross-section dinamakan otokorelasi spasial (*spatial autocorrelation*) → korelasi antartempat.
- → faktor kesalahan yang muncul pada rumah tangga/ perusahaan saling berkorelasi dengan faktor kesalahan pada rumah tangga/ perusahaan lain.
- → pengurutan data dalam analisis cross-section harus memiliki logika atau kepentingan ekonomi tertentu.

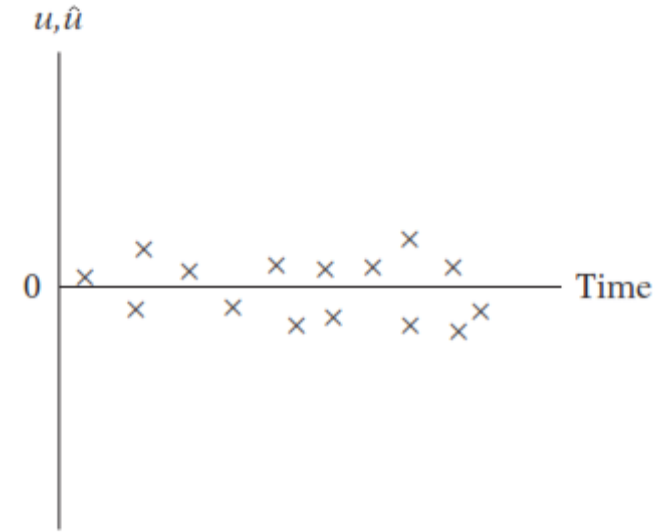
Pola otokorelasi dan nonotokorelasi



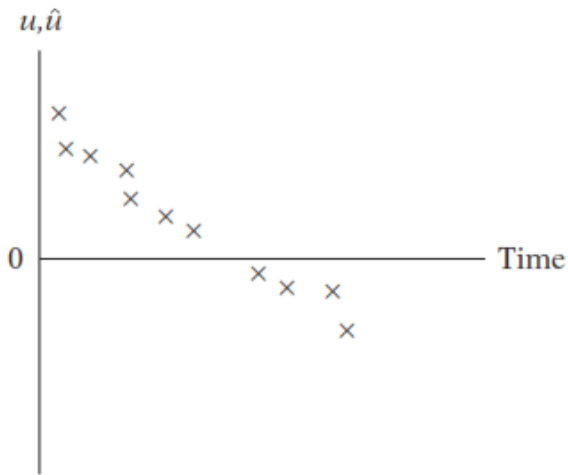
(a)



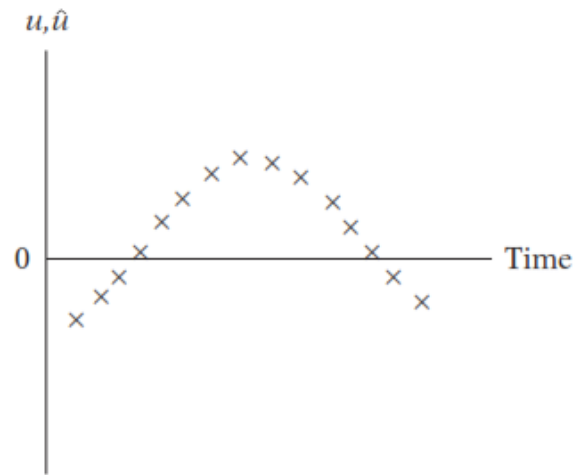
(b)



(e)



(c)



(d)

- ▶ (a) s.d. (d) ada pola otokorelasi
- ▶ (e) tidak ada pola otokorelasi

Penyebab otokorelasi

- Adanya inersia (kelambanan) → data time series spt GDP, produksi, tk pengangguran, indeks harga, banyak yang mengandung siklus bisnis → nilai2-nya dipengaruhi nilai periode sebelumnya.
- Bias spesifikasi: omitted variable(s).

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \beta_4 X_{4t} + u_t$$

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + v_t$$

$$v_t = \beta_4 X_{4t} + u_t$$

→ Jika X_{4t} mempengaruhi Y_t , mk v_t akan berpola sistematis shg menimbulkan otokorelasi.

▶ Sifat data time series:

▶ X_{4t} berhubungan dengan $X_{4,t-1}$, $X_{4,t-2}$

▶ Sehingga v_t berhubungan dengan v_{t-1} , v_{t-2}

Penyebab otokorelasi

- Bias spesifikasi: bentuk fungsi yang tidak benar.

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + \beta_3 X_t^2 + u_t$$

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + v_t$$

$$v_t = \beta_3 X_t^2 + u_t$$

→ Jika X_{2t} naik atau turun seiring waktu maka v_t juga akan naik atau turun seiring waktu

→ v_t akan merefleksikan otokorelasi karena pemakaian bentuk fungsi yang salah.

- Fenomena cobweb

$$S_t = \beta_1 + \beta_2 P_{t-1} + u_t$$

→ penawaran dipengaruhi oleh harga periode sebelumnya.

Penyebab otokorelasi

- Time lag

$$Kons_t = \beta_1 + \beta_2 Pendptn_t + \beta_3 Kons_{t-1} + u_t$$

→ model otoregresi (*autoregression*)

- “manipulasi” data: smoothing, interpolasi, ekstrapolasi
- Transformasi data: first difference

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t$$

$$Y_{t-1} = \beta_1 + \beta_2 X_{t-1} + u_{t-1}$$

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t$$

$$Y_{t-1} = \beta_1 + \beta_2 X_{t-1} + u_{t-1}$$

$$Y_t - Y_{t-1} = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t - \beta_1 - \beta_2 X_{t-1} - u_{t-1}$$

$$\Delta Y_t = \beta_2 \Delta X_t + \Delta u_t$$

$$\Delta Y_t = \beta_2 \Delta X_t + v_t$$

→ Bentuk diferensiasi pertama

- Nonstasioneritas

→ data time series bersifat stasioner jika rata2, varians dan kovarians tidak berubah sepanjang waktu

Otokorelasi Murni

- Otokorelasi murni asumsi klasik yang menyatakan bahwa tidak ada korelasi antar error term pada periode pengamatan yang berbeda dilanggar dalam sebuah persamaan yang telah terspesifikasi dengan benar.
→ otokorelasi yang timbul bukan karena bias spesifikasi.

- Otokorelasi urutan pertama (first order autocorrelation) → pengamatan error term saat ini merupakan suatu fungsi pengamatan error term sebelumnya.

$$E_t = pE_{t-1} + e$$

Besarnya p menggambarkan kekuatan otokorelasi → $(-1 < p < 1)$

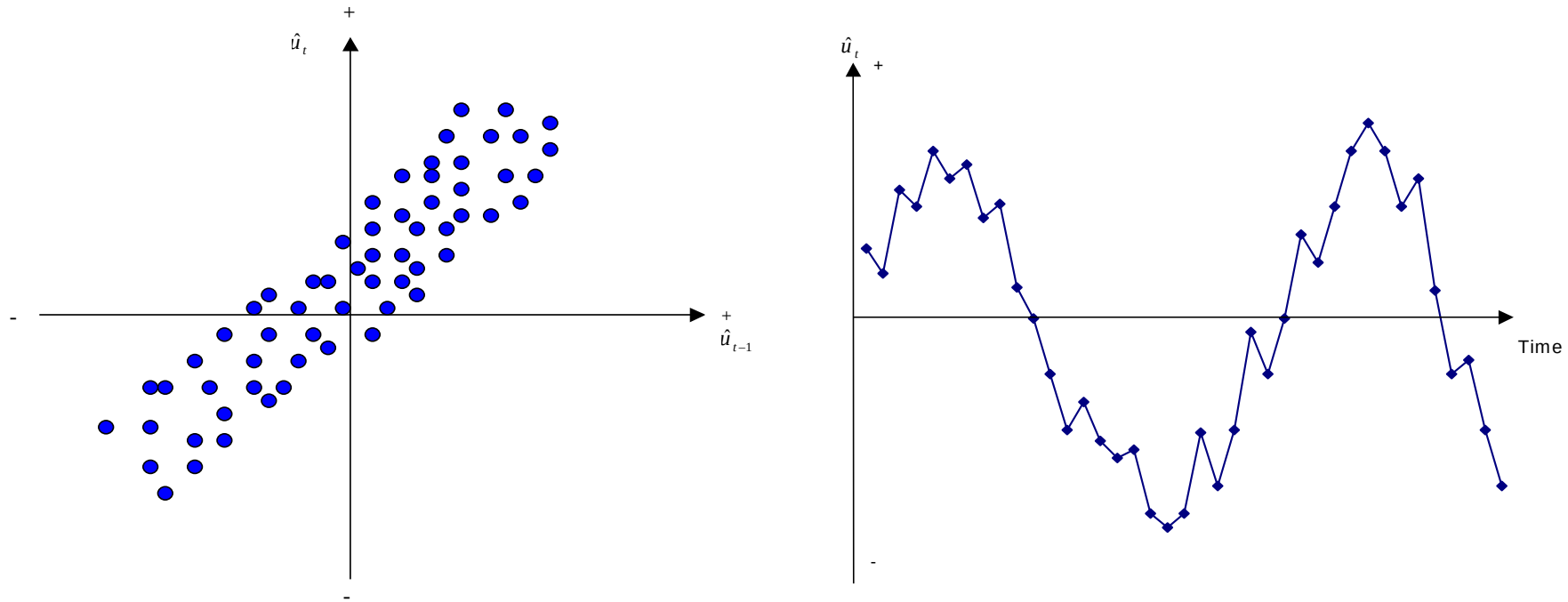
- Otokorelasi urutan kedua (second order autocorrelation)

$$E_t = p_1E_{t-1} + p_2E_{t-2} + e$$

Otokorelasi Positif dan Negatif

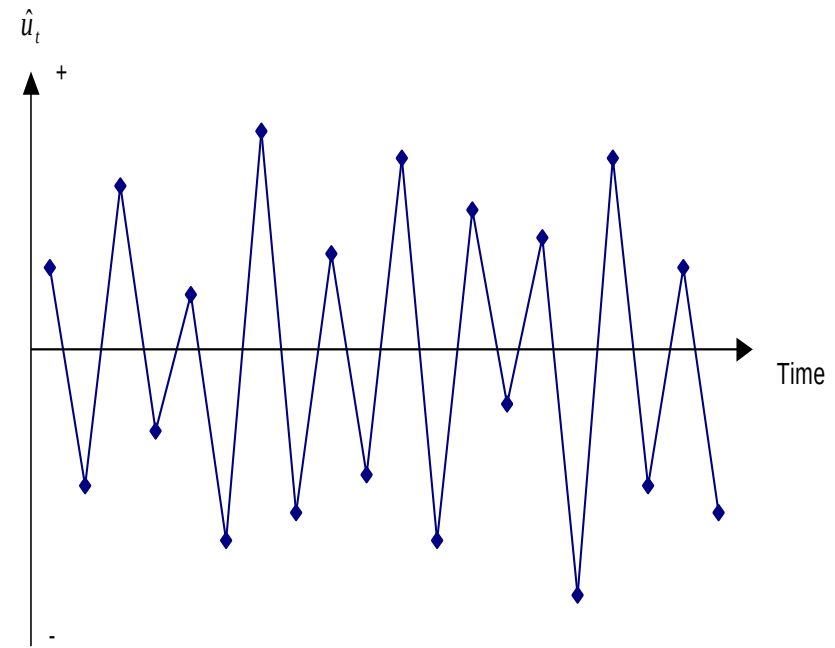
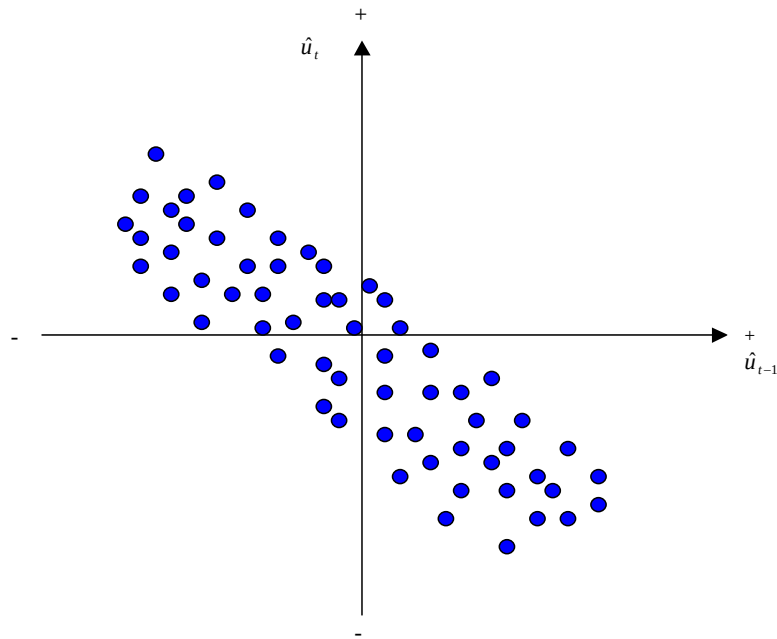
- Otokorelasi positif ($\rho > 0$)
 - Error term cenderung memiliki arah yang sama dari satu periode waktu ke periode waktu berikutnya
- Otokorelasi negatif ($\rho < 0$)
 - Error term memiliki kecenderungan berubah tanda dari negatif ke positif dan seterusnya saling berganti tanda pada pengamatan-pengamatan.

Positive Autocorrelation



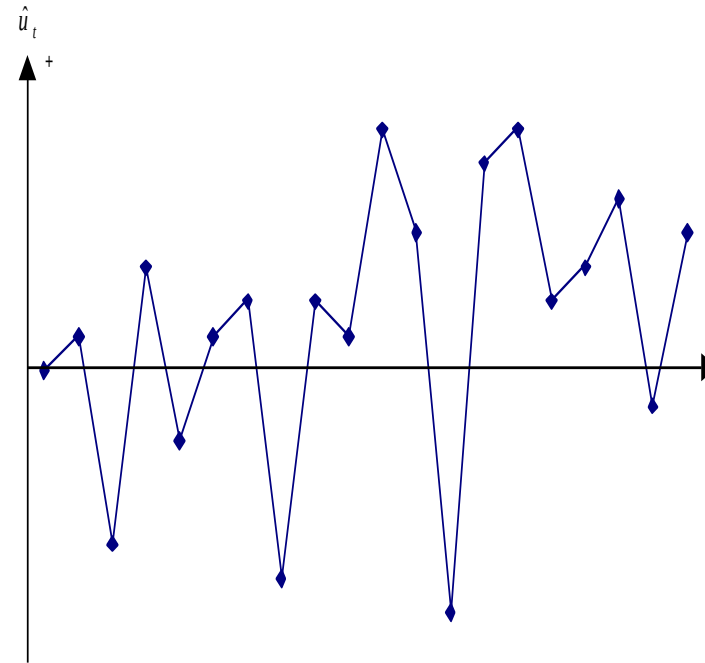
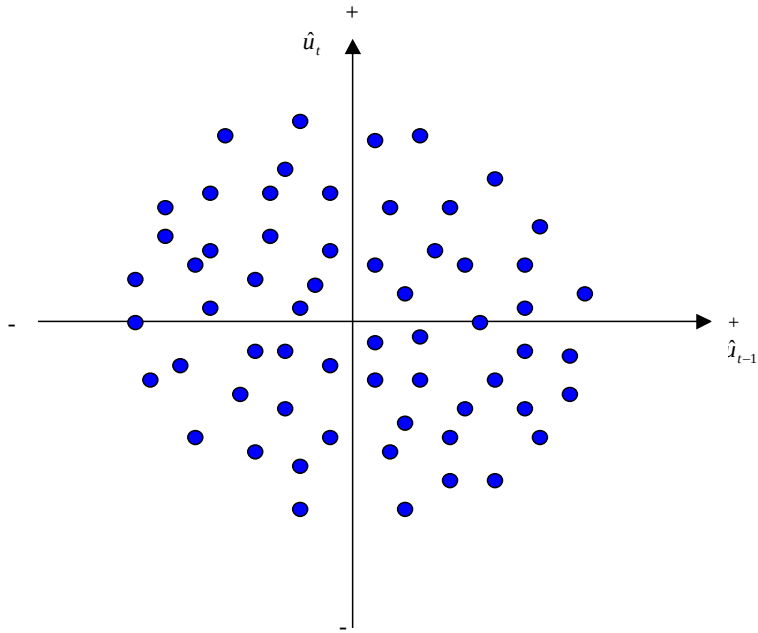
Autokorelasi positif, ditunjukkan oleh pola siklus dari galat seiring waktu.

Negative Autocorrelation



Autokorelasi negatif, ditunjukkan dari pola yang ‘alternating’ dari galat seiring waktu

**No pattern in residuals –
No autocorrelation**



Tidak ada pola dari galat, tidak ada autokorelasi

Otokorelasi tidak murni

- Otokorelasi tidak murni → otokorelasi yang disebabkan oleh kesalahan spesifikasi seperti menghilangkan variabel yang penting atau bentuk fungsi yang salah.
- Error term pada persamaan yang tidak terspesifikasi dengan benar didalamnya termasuk efek variabel penting yang dihilangkan.

Otokorelasi tidak murni

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + E_t$$

$$Y = b_0 + b_1X_1 + E_t^* \text{ dimana } E_t^* = b_2X_2 + E_t$$

- Memperbaiki otokorelasi tidak murni dengan mencoba untuk menemukan variabel yang dihilangkan sehingga bentuk fungsi menjadi benar.

Konsekuensi Otokorelasi (murni)

- Otokorelasi murni tidak menyebabkan bias koefisien-koefisien estimasi
→ Sifat OLS adalah minimum varian bagi estimator-estimator tidak bias linear
- Otokorelasi meningkatkan varian pada distribusi koefisien estimasi (tidak lagi efisien) → tidak BLUE
- Otokorelasi menyebabkan OLS menaksir terlalu rendah atas Standard error koefisien

Efek dari Otokorelasi

- Penduga OLS untuk koefisien regresi tetap tidak bias akan tetap tidak lagi efisien (ragam besar)
 - Tidak lagi BLUE
- Penduga ragam bagi koefisien regresi menjadi bias dan tidak konsisten
 - Uji hipotesis tidak lagi valid
 - Tidak mencerminkan hal yang sebenarnya
- Overestimated R^2 :
 - Lebih besar dari yang sebenarnya
 - Model lebih sering dinyatakan ‘a good fit’ daripada hubungan yang sebenarnya
 - Uji t juga lebih sering dinyatakan nyata

Pengujian Otokorelasi

Uji Durbin-Watson

- Uji Durbin-Watson secara umum digunakan untuk menguji otokorelasi
- Statistik d Durbin-Watson digunakan untuk menentukan otokorelasi urutan pertama pada error term.

Uji Durbin-Watson

Asumsi Durbin-Watson:

- Model regresi melibatkan intersep
- Otokorelasi adalah otokorelasi urutan pertama
- Model regresi tidak lagi memasukkan variabel dependen sebagai variabel independen
- Dalam uji DW, Faktor kesalahan diasumsikan terdistribusi normal
- Dalam uji DW semua data harus lengkap (tidak ada data yang tidak lengkap)

Uji Durbin-Watson

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_1 + e_t$$

$$e_t = \rho e_{t-1} + v_t \quad -1 < \rho < 1$$

- Jika $\rho = 0$, maka $e_t = v_t \rightarrow$ error term tidak saling berhubungan atau tidak ada otokorelasi.

Durbin–Watson *d* Test

Hipotesis:

- $H_0 : \rho = 0$ (tidak ada otokorelasi)
- $H_1 : \rho \neq 0$ (ada otokorelasi)

Statistik Uji:

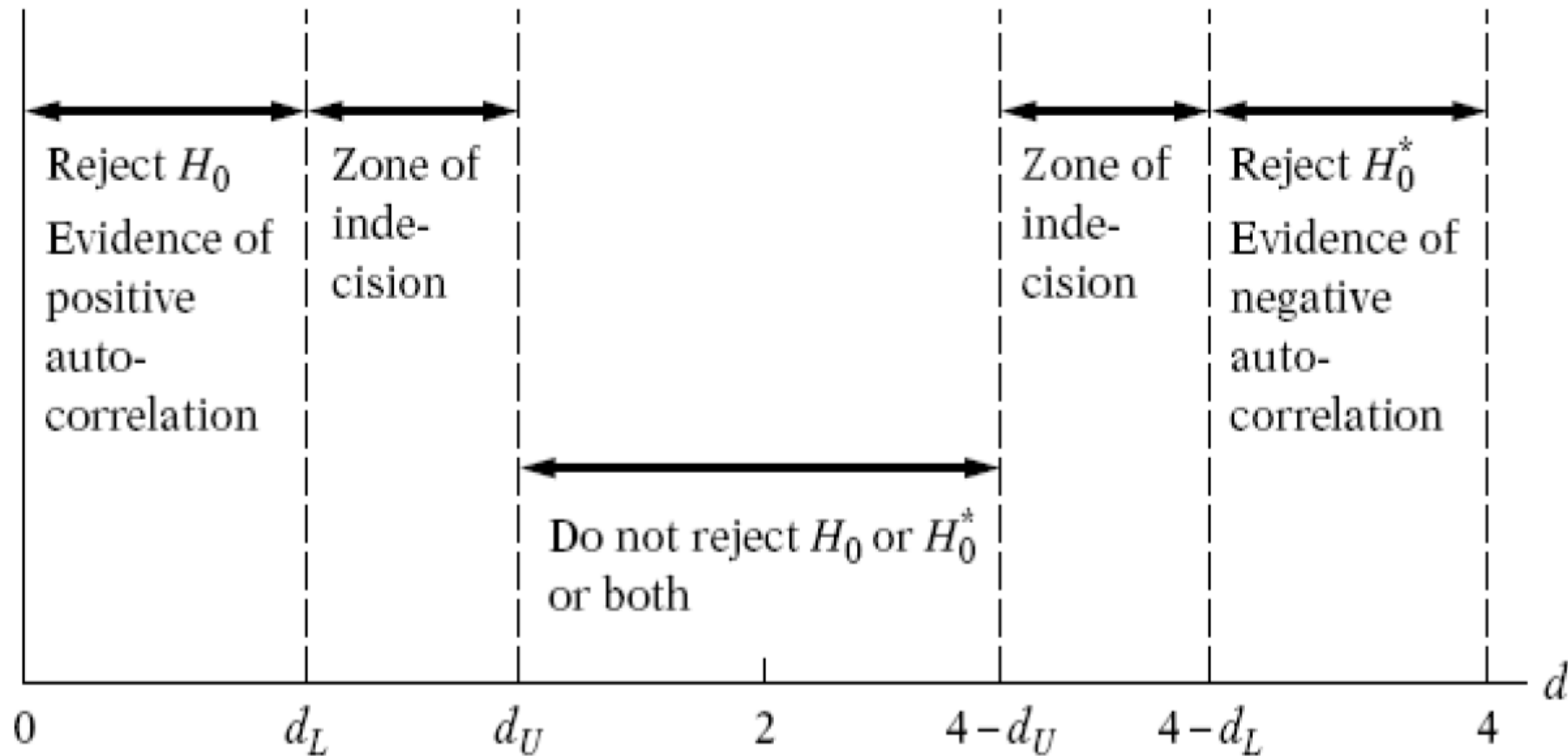
$$d = \frac{\sum_{t=2}^{t=n} (\hat{e}_t - \hat{e}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{t=n} \hat{e}_t^2}$$

Durbin–Watson *d* Test

$d \approx 2(1-\rho)$, krn $-1 \leq \rho \leq 1$ maka $0 \leq d \leq 4$

- Otokorelasi memiliki nilai ekstrim positif $d=0$
 $\rightarrow E_t = E_{t-1}$ maka $E_t - E_{t-1} = 0$, $d=0$
- Otokorelasi memiliki nilai ekstrim negatif $d=4$
 $\rightarrow E_t = - E_{t-1}$ maka $E_t - E_{t-1} = 2$, substitusikan dalam persamaan diperoleh $d \approx 4$
- Tidak ada otokorelasi $d = 2$

Durbin–Watson d Test



H_0 : tidak ada otokorelasi positif

H_0^* : tidak ada otokorelasi negatif

Pengujian DW tidak biasa digunakan dalam dua hal:

- Tidak pernah menguji hipotesis dari sisi negatif karena Otokorelasi negatif dari nilai residual sulit diterangkan secara teoritis baik dalam analisis ekonomi dan bisnis. Keberadaannya sering merupakan otokorelasi tidak murni yang disebabkan oleh kesalahan spesifikasi.
- Uji Durbin Watson tidak tersimpulkan, selain ada area diterima dan tidak diterima ada area tidak tersimpulkan

Tahap pengujian Uji DW

- Cari nilai residu dengan OLS dan hitung statistik d
- Menentukan ukuran sampel dan jumlah variabel independen kemudian lihat dalam tabel statistik Durbin-Watson untuk mendapatkan nilai kritis d yaitu d_{Upper} dan d_{Lower} .
- Hipotesis $H_0: \rho = 0$; $H_1 : \rho \neq 0$
 $d < d_L$ tolak H_0
 $d > d_U$ tidak tolak H_0
 $d_L < d < d_U$ tidak dapat disimpulkan

Contoh: tabel 10.7

Dependent Variable: LOG(CONS)

Method: Least Squares

Date: 06/01/12 Time: 08:01

Sample: 1947 2000

Included observations: 54

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.467711	0.042778	-10.93344	0.0000
LOG(YD)	0.804873	0.017498	45.99837	0.0000
LOG(W)	0.201270	0.017593	11.44061	0.0000
I	-0.002689	0.000762	-3.529269	0.0009
R-squared	0.999560	Mean dependent var	7.826093	
Adjusted R-squared	0.999533	S.D. dependent var	0.552368	
S.E. of regression	0.011934	Akaike info criterion	-5.947704	
Sum squared resid	0.007121	Schwarz criterion	-5.800372	
Log likelihood	164.5880	F-statistic	37832.61	
Durbin-Watson stat	1.289219	Prob(F-statistic)	0.000000	

H_0 : tidak ada otokorelasi; H_a : ada otokorelasi

DW stat = 1.289219, $n = 54 \rightarrow 55$, $k = 3$, $\alpha = 0,05 \rightarrow d_L = 1,452$ $d_U = 1,681$. $4 - d_U = 2,319$, $4 - d_L = 2,548 \rightarrow$ DW stat terletak di antara 0 dan $d_L \rightarrow$ ada otokorelasi

Breusch–Godfrey (BG) Test/ LM test

Model :

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_1 + e_t$$

$$e_t = \rho e_{t-1} + \rho e_{t-2} + \dots + \rho e_{t-p} + v_t$$

- Hipotesis:

$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_p = 0$ (tidak ada otokorelasi)

$H_1 : \rho_1 \neq \rho_2 \neq \dots \neq \rho_p \neq 0$ (ada otokorelasi)

Uji Breusch-Godfrey

- Dapat dilakukan untuk menguji autokorelasi sampai derajat ke r

$$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \rho_3 u_{t-3} + \dots + \rho_r u_{t-r} + v_t$$

$$v_t \sim N(0, \sigma_v^2)$$

- ▶ Dengan mengkombinasikan sifat galat tsb dan model regresi:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \dots + \beta_k X_{kt} + \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \dots + \rho_r u_{t-r} + v_t$$

Hipotesis nol dan hipotesis alternatif:

$$H_0 : \rho_1 = 0 \text{ dan } \rho_2 = 0 \text{ dan } \dots \text{ dan } \rho_r = 0$$

$$H_1 : \rho_1 \neq 0 \text{ atau } \rho_2 \neq 0 \text{ atau } \dots \text{ atau } \rho_r \neq 0$$

Langkah-langkah uji Breusch-Godfrey

- Langkah 1: Dapatkan penduga bagi model regresi

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \dots + \beta_k X_{kt} + u_t$$

- ▶ Langkah 2: Dapatkan penduga galat

$$\hat{u}_t = Y_t - \hat{Y}_t$$

- ▶ Langkah 3: Dapatkan penduga auxiliary regression bagi penduga galat sebagai fungsi dari seluruh peubah eksogen dan galat sejumlah lag yang ingin diuji

$$\hat{u}_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{2t} + \dots + \alpha_k X_{kt} + \alpha_{k+1} \hat{u}_{t-1} + \dots + \alpha_{k+p} \hat{u}_{t-p}$$

- ▶ Langkah 4: Dapatkan statistik uji berdasarkan koefisien determinasi dari *auxiliary regression* R^2

$$LM = (n - r)R^2 \sim \chi_r^2$$

- ▶ Langkah 5: Tolak H_0 jika ada bukti yang nyata dari statistik uji
- ▶ Penentuan r tergantung dari periode data (bulanan, mingguan dsb) dan sifat siklusnya.

- Jika $N \cdot R^2 > \chi^2 \rightarrow$ Tolak H_0 (tidak ada otokorelasi)
- Jika $N \cdot R^2 \leq \chi^2 \rightarrow$ terima H_0 (ada otokorelasi)

Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:

F-statistic	3.254136	Probability	0.047282
Obs*R-squared	6.447585	Probability	0.039804

Test Equation:

Dependent Variable: RESID

Method: Least Squares

Date: 06/01/12 Time: 08:13

Presample missing value lagged residuals set to zero.

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.006514	0.041528	-0.156853	0.8760
LOG(YD)	-0.004197	0.017158	-0.244621	0.8078
LOG(W)	0.004191	0.017271	0.242676	0.8093
I	0.000116	0.000736	0.156964	0.8759
RESID(-1)	0.385190	0.151581	2.541148	0.0143
RESID(-2)	-0.165610	0.154695	-1.070562	0.2897

H_0 : tidak ada otokorelasi; H_a : ada otokorelasi

Obs*R-squared 6.447585, df = 2, alpha= 0,05, chi kuadrat tabel = 5,99 → ada otokorelasi

MENGATASI OTOKORELASI

Metode diferensiasi orde pertama (AR)

Metode Generalized Least Square

Cara Mengatasi Autokorelasi

- Berdasarkan pengetahuan tentang ρ diketahui
 - ρ diketahui atau
 - ρ tidak diketahui

Mengatasi autokorelasi ketika ρ diketahui

- ρ diketahui dan diasumsikan autokorelasi terjadi sesuai AR(1) model.

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \dots + \beta_k X_{kt} + u_t \quad (1)$$

$$u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$$

- ▶ Model yang sama berlaku pada waktu ke $t-1$

$$Y_{t-1} = \beta_1 + \beta_2 X_{2t-1} + \beta_3 X_{3t-1} + \dots + \beta_k X_{kt-1} + u_{t-1}$$

- ▶ Model pada $t-1$ dikalikan dengan ρ

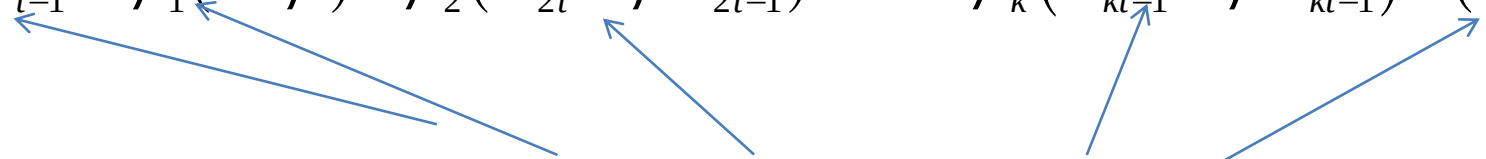
$$\rho Y_{t-1} = \beta_1 \rho + \beta_2 \rho X_{2t-1} + \beta_3 \rho X_{3t-1} + \dots + \beta_k \rho X_{kt-1} + \rho u_{t-1} \quad (2)$$

- Persamaan (1) dikurangi dengan persamaan (2)

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \dots + \beta_k X_{kt} + u_t$$

$$\rho Y_{t-1} = \beta_1 \rho + \beta_2 \rho X_{2t-1} + \beta_3 \rho X_{3t-1} + \dots + \beta_k \rho X_{kt-1} + \rho u_{t-1}$$

$$Y_t - \rho Y_{t-1} = \beta_1 (1 - \rho) + \beta_2 (X_{2t} - \rho X_{2t-1}) + \dots + \beta_k (X_{kt} - \rho X_{kt-1}) + (u_t - \rho u_{t-1})$$

$$Y_t^* = \beta_1^* + \beta_2 X_{2t}^* + \dots + \beta_k X_{kt}^* + \varepsilon_t$$


- ▶ Akibat pembedaan, pengamatan berkurang 1
- ▶ Pengamatan pertama digantikan dengan:

$$Y_1^* = Y_1 \sqrt{1 - \rho^2}, X_{i1}^* = X_{i1} \sqrt{1 - \rho^2}$$

Mengatasi autokorelasi ketika ρ tidak diketahui: Cochrane-Orcutt Iterative Procedure

- Langkah 1: duga model regresi dan dapatkan penduga galat
- Langkah 2: duga koefisien korelasi serial orde 1 dengan metode OLS dari:

$$\hat{u}_t = \rho \hat{u}_{t-1} + \varepsilon_t$$

- ▶ Langkah 3: Lakukan transformasi untuk peubah peubah yang dipakai dengan hubungan berikut:

$$Y_t^* = Y_t - \hat{\rho}Y_{t-1}, \beta_1^* = \beta_1(1 - \hat{\rho}), X_{it}^* = X_{it} - \hat{\rho}X_{it-1}$$

$$Y_1^* = Y_1 \sqrt{1 - \hat{\rho}^2}, X_{i1}^* = X_{i1} \sqrt{1 - \hat{\rho}^2}$$

- ▶ Langkah 4: Dapatkan penduga regresi dan penduga galat untuk persamaan berikut:

$$Y_t^* = \beta_t^* + \beta_2 X_{2t}^* + \dots + \beta_k X_{kt}^* + \varepsilon_t$$

Tugas

- Tugas akan diberikan di kelas