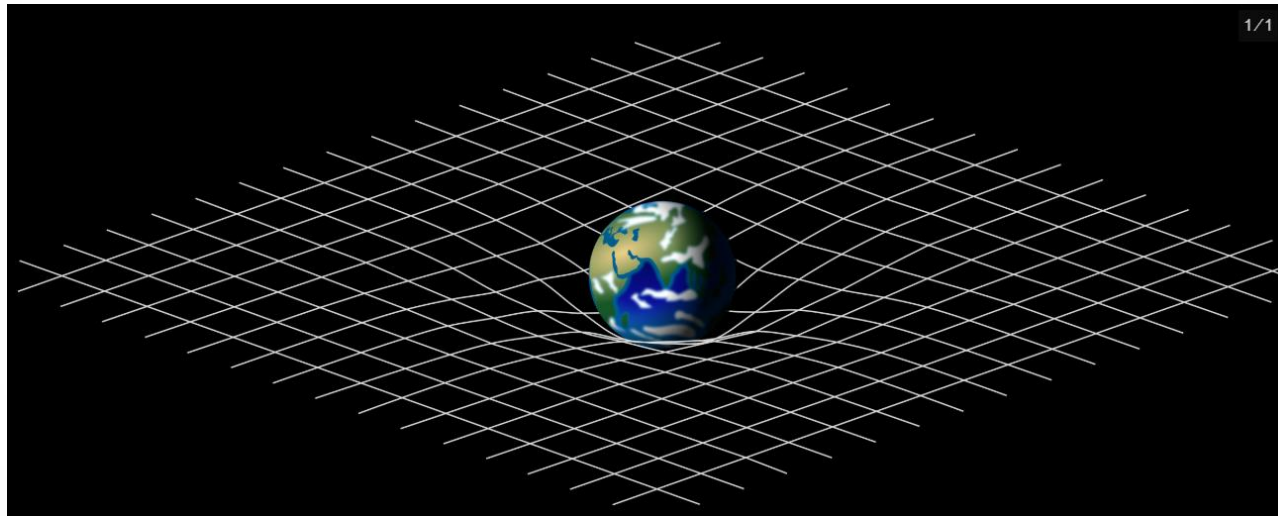




# Metrik Schwarzschild



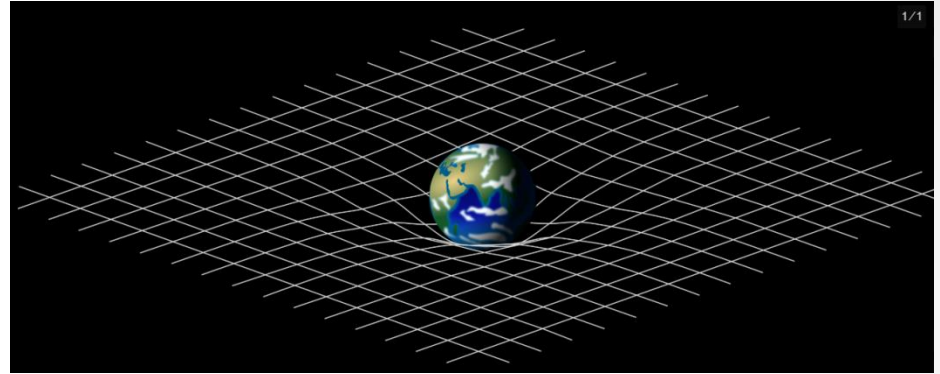
## TEORI RELATIVITAS

Dosen Pengampu: Hervin Maulina, S.Pd., M.Sc.

**Program Studi Pendidikan Fisika FKIP Unila**

# 1. LATAR BELAKANG

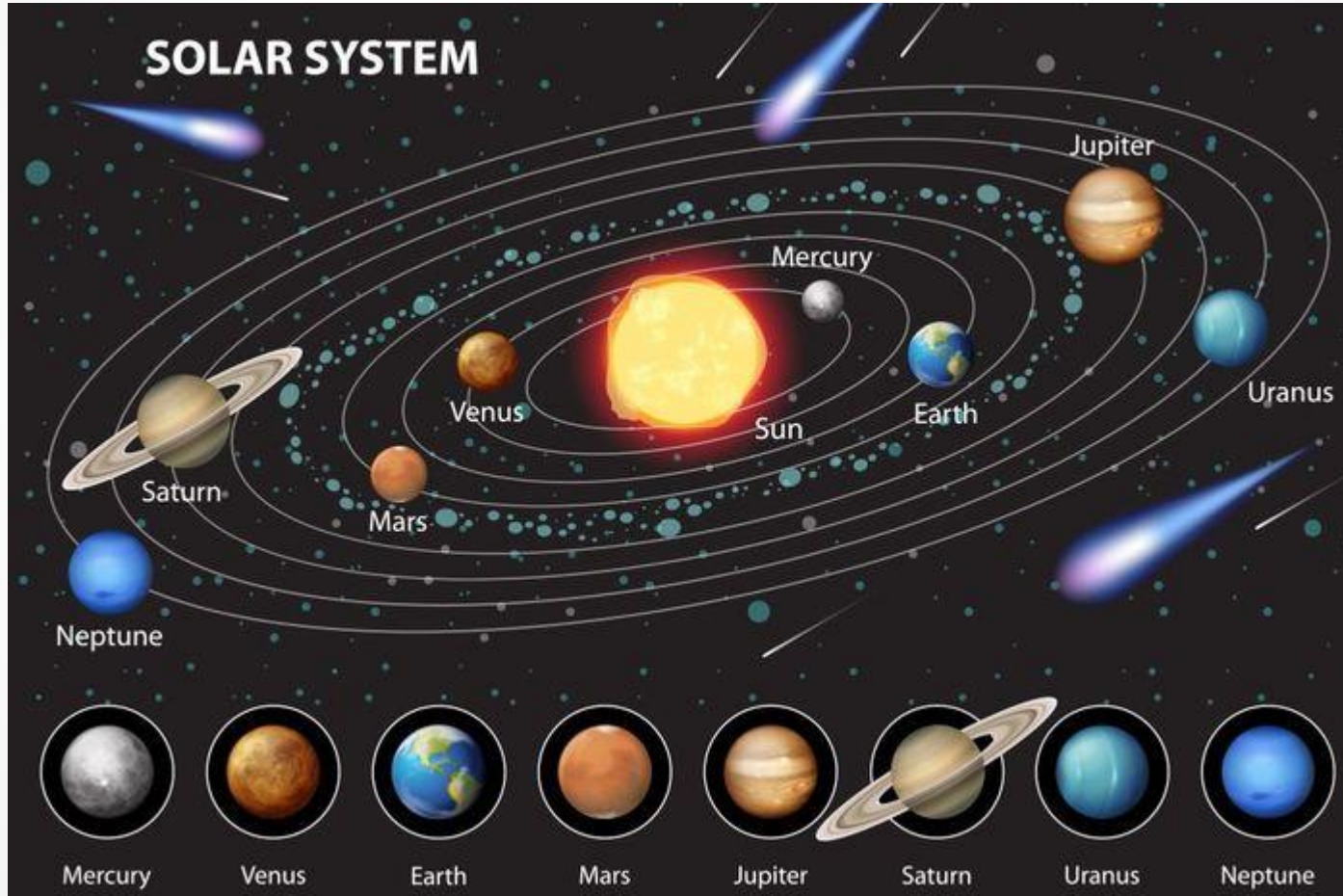
Einstein menunjukkan bahwa gravitasi bukan gaya (seperti dalam Newton), melainkan **kelengkungan ruang-waktu**.



Bentuk kelengkungan → **solusi metrik** dari persamaan medan Einstein → **Metrik Schwarzschild**

**Metrik Schwarzschild** adalah solusi persamaan medan gravitasi Einstein yang menggambarkan medan gravitasi di luar sebuah bola massa, dengan **asumsi** bahwa muatan listrik dari massa, **momentum sudut** dari massa, dan **konstanta kosmologis** universal adalah nol.

Solusi yang ditawarkan adalah sebuah prakiraan untuk menggambarkan bagaimana benda-benda astronomi seperti [bintang-bintang](#) dan [planet-planet](#), termasuk Bumi dan Matahari perlahan-lahan berputar.



## 2. Konsep Inti sebelum Solusi Schwarzschild

### ➤ Kerangka acuan inersia dan Geodesik

Di ruang datar, partikel bebas bergerak dalam garis lurus. Dalam ruang-waktu melengkung, garis lurus diganti oleh geodesik (jalur waktu maksimum bagi benda bebas). Di sekitar massa besar, geodesik menjadi bengkok, sehingga benda tampak “ditarik” —itulah gravitasi.

### ➤ Peran Metrik

Metrik adalah persamaan jarak/interval. Metrik memuat **segala informasi geometri**: bentuk ruang, kelengkungan, geodesik (jalur benda), aliran waktu.

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

Karena itu, mendapatkan bentuk metrik = memahami gravitasi.

### 3. Syarat untuk Solusi Schwarzschild

- **Simetri Bola (spherical symmetry):**  
Ruang harus sama dalam semua arah.
- **Statis**  
Tidak berubah terhadap waktu.
- **Hanya di luar massa**  
Persamaan Einstein menjadi

$$G_{\mu\nu} = 0$$

- **Pada jarak sangat jauh  $\rightarrow$  ruang datar**

$$g_{\mu\nu} \rightarrow \eta_{\mu\nu} \quad (r \rightarrow \infty)$$

- **Jika massa = 0  $\rightarrow$  ruang datar**

## 4. Bentuk Metrik Schwarzschild

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)$$

### Makna Fisik:

- Koefisien waktu

$$g_{tt} = 1 - \frac{2GM}{rc^2}$$

menentukan **gravitational time dilation**.

- Koefisien radial

$$g_{rr} = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right)^{-1}$$

menunjukkan **lengkungan ruang**.

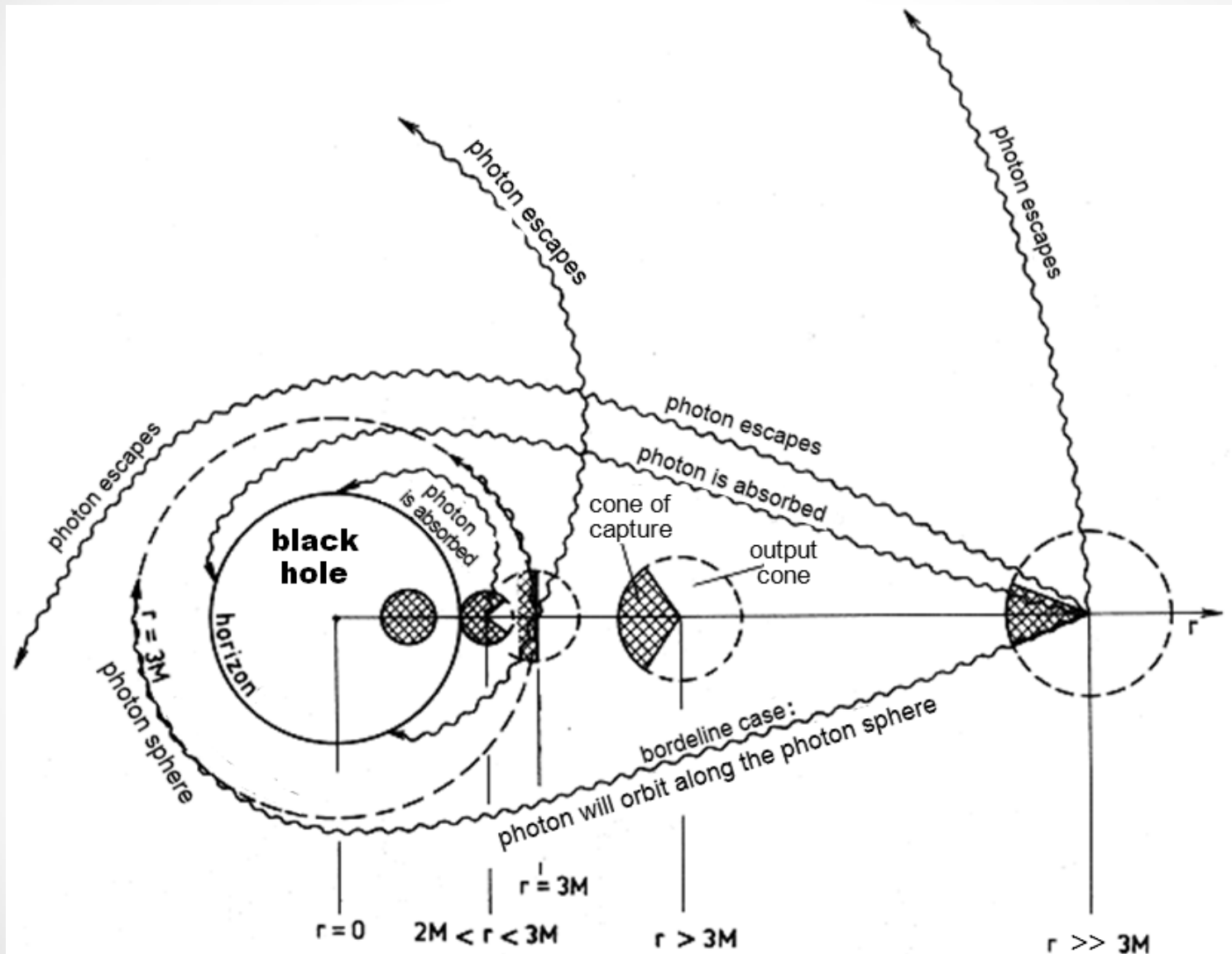
## 5. Jari-jari Schwarzschild (Horizon)

$$R_s = \frac{2GM}{c^2}$$

Jika suatu objek berada di dalam radius ini → cahaya pun tidak bisa keluar → **black hole**.

Contoh:

- Matahari:  $R_s \approx 3 \text{ km}$
- Bumi:  $R_s \approx 9 \text{ mm}$



## 6. Interpretasi Spasial (Ruang)

Dalam Schwarzschild:

$$dl^2 = \frac{dr^2}{1 - \frac{2GM}{rc^2}} + r^2 d\phi^2$$

Artinya:

- Jika Anda meletakkan “penggaris”, ruang radial **lebih panjang** daripada ruang datar.
- Visualnya sering diibaratkan ‘rubber sheet’, tetapi ini hanya **ilustrasi**, bukan ruang membengkok ke dimensi lain.

## 7. Interpretasi Temporal (Waktu)

Koefisien waktu:

$$d\tau = \sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}} dt$$

- Jam dekat massa berjalan lebih lambat.
- Ini adalah efek gravitational time dilation.
- GPS harus mengoreksi efek ini.

## 8. Menuju Black Hole

Saat  $r = R_s$ :

- waktu “membeku” bagi pengamat jauh,
- semua lintasan masuk ke dalam horizon,
- sinyal dari dalam tidak bisa keluar.

Seseorang yang jatuh:

- bagi dirinya → melewati horizon tanpa “kejadian khusus”,
- bagi pengamat jauh → tampak membeku di horizon (dilatasi waktu ekstrem).

## 9. Aplikasi Astrofisika

Solusi Schwarzschild menjelaskan:

- pergeseran Merkurius (perihelion shift),
- pembelokan cahaya oleh Matahari,
- redshift gravitasi,
- horizon black hole.

## SOAL 1 — Menghitung Jari-Jari Schwarzschild

Sebuah objek bermassa

$$M = 5 \times 10^{30} \text{ kg}$$

Hitung jari-jari Schwarzschild-nya.

$$R_s = \frac{2GM}{c^2}$$

## SOAL 2 — Dilatasi Waktu Schwarzschild

Hitung rasio laju waktu pada jarak

$$r = 10R_s$$

dengan rumus:

$$\frac{d\tau}{dt} = \sqrt{1 - \frac{R_s}{r}}$$

## SOAL 2 — Dilatasi Waktu Schwarzschild

Hitung rasio laju waktu pada jarak

$$r = 10R_s$$

dengan rumus:

$$\frac{d\tau}{dt} = \sqrt{1 - \frac{R_s}{r}}$$

### SOAL 3 — Kecepatan Orbit Stabil Terdalam (ISCO)

Orbit stabil terdalam benda pada Schwarzschild adalah:

$$r = 3R_s$$

Jika  $R_s = 3$  km, tentukan radius orbit stabil terdalam.

## SOAL 4 — Pembelokan Cahaya

Jika cahaya lewat pada jarak 3 kali radius Matahari, jelaskan apakah ia akan dibelokkan.

## SOAL 5 — Sinyal yang Keluar dari Dekat Horizon

Jika sinyal dipancarkan dari radius  $1.1R_s$ , apakah pengamat jauh akan melihatnya tiba?