Statistik

Teori & Aplikasi

Edisi 8 Jilid 1

J. Supranto

bab 12

Probabilitas

PENERBIT ERLANGGA

Probabilitas

- **Probabilitas:**
  Nilai yang dipakai mengukur tingkat keterjadian yang acak.
  - Pendekatan klasik
  - Pendekatan frekuensi relatif

PENERBIT ERLANGGA

Probabilitas: Pendekatan Klasik

- **Pendekatan klasik:**
  Asumsinya bahwa seluruh hasil dari suatu eksperimen memiliki peluang yang sama.

  $P(A) = x / n$

  $P(A \text{ bar}) = 1 - P(A)$

  - x = frekuensi kejadian A
  - n = ukuran sampel (jumlah observasi)

PENERBIT ERLANGGA

Probabilitas: Pendekatan Frekuensi Relatif

- **Pendekatan frekuensi relatif:**

  $P(X_i) = \lim_{n \to \infty} f_i / n$

  - $f_i / n = f_r$ = frekuensi relatif kejadian i
  - X_i = kejadian i

  Probabilitas suatu kejadian = Jumlah/frekuensi kejadian itu di masa lalu / Jumlah observasi

PENERBIT ERLANGGA

Eksperimen

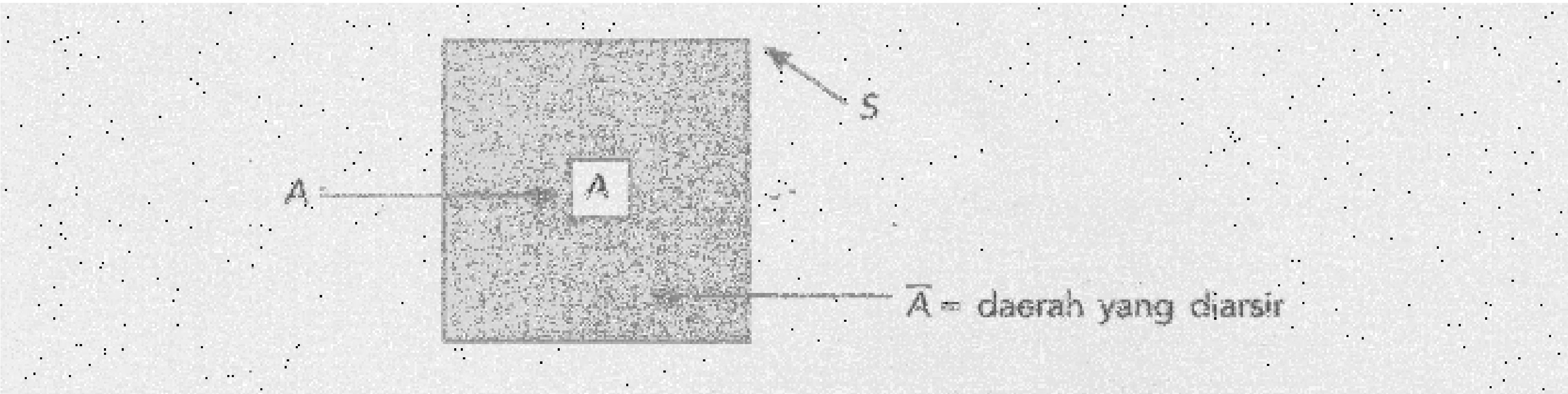
- **Eksperimen:**
  Observasi terhadap objek/kegiatan demi mendapatkan ukuran.
  - **Outcome** = Hasil dari eksperimen
    - **Titik sampel** = Tiap hasil eksperimen
  - **Kejadian** = Satu/lebih hasil dari eksperimen
    - **Sampel** = Himpunan bagian dari populasi
    - **Ruang sampel (populasi)** = Himpunan semua hasil

PENERBIT ERLANGGA

Notasi Himpunan

- **Komplemen:**
  Semua anggota *S* (semesta) yang bukan anggota *A*.

  A bar



Notasi Himpunan

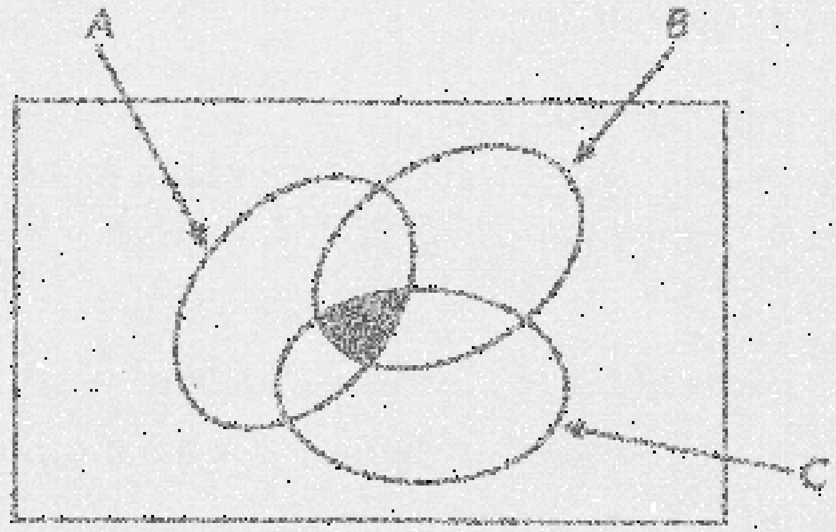
- **Interseksi:**
  Terdiri dari elemen-elemen S yang memiliki sifat/ciri-ciri A dan (juga) B

  $$A \cap B = \{x : x \text{ elemen } A \text{ dan } x \text{ elemen } B\}$$

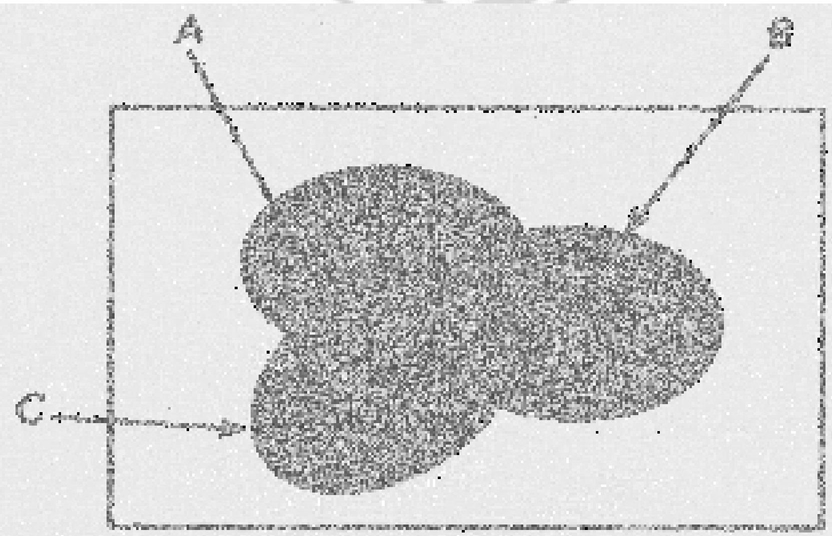
- **Union:**
  Terdiri dari elemen-elemen S yang memiliki sifat/ciri-ciri A, B, atau A dan B.

  $$A \cup B = \{x : x \text{ elemen } A, \text{ elemen } B, \text{ elemen } AB\}$$

PENERBIT ERLANGGA



$A \cap B \cap C$
(daerah yang diarsir)



$A \cup B \cup C$
(daerah yang diarsir)

Hukum Himpunan

1. **Hukum penutup:**
   Untuk setiap himpunan A & B terdapat himpunan-himpunan yang unik, yaitu

   $$A \cup B \quad \text{dan} \quad A \cap B$$

2. **Hukum komutatif:** $A \cup B = B \cup A$

   $$A \cap B = B \cap A$$

3. **Hukum asosiatif:** $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

   $$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

PENERBIT ERLANGGA

Hukum Himpunan

4. Hukum distributif:

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$$

5. Hukum identitas:

Ada himpunan ø (kosong) dan S yang unik, sehingga bagi tiap himpunan A selalu berlaku

$$A \cap S = A \quad \text{dan} \quad A \cap ø = A$$

PENERBIT ERLANGGA

Hukum Himpunan

6. **Hukum komplementasi:**
   Bagi tiap himpunan *A* ada himpunan *A* bar (komplemen) yang unik, sehingga

   $A \cap A$ bar = ø dan $A \cup A$ bar = S

PENERBIT ERLANGGA

Kejadian Bebas & Saling Meniadakan

- **Kejadian saling meniadakan:** Sebuah kejadian akan meniadakan kejadian lain.
- **Kejadian bebas:** Tiap kejadian tidak saling mempengaruhi.

PENERBIT ERLANGGA

Aturan Penjumlahan

- **Peluang kejadian saling meniadakan:**

$$P(A \text{ atau } B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$$

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_i) = \sum P(A_i)$$

- **Peluang kejadian bebas:**

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

PENERBIT ERLANGGA

Probabilitas Bersama & Bersyarat

- **Probabilitas bersama:**
  Mengukur kemungkinan bahwa dua/lebih kejadian adalah bersamaan.
- **Probabilitas bersyarat:**
  Suatu kejadian memiliki syarat bahwa sudah/akan ada kejadian lain.

PENERBIT ERLANGGA

Aturan Perkalian

- **Peluang kejadian tidak bebas (bersyarat):**

$$P(B/A) = P(A \cap B)/P(A)$$
$$P(A/B) = P(A \cap B)/P(B)$$

- **Peluang kejadian interseksi:**

$$P(A \cap B) = P(A)\,P(B/A) = P(B)\,P(A/B)$$

- **Peluang kejadian bebas:**

$$P(A/B) = P(A) \text{ dan } P(B/A) = P(B)$$
$$P(A \cap B) = P(A)\,P(B)$$

PENERBIT ERLANGGA

Probabilitas Marjinal

- **Probabilitas marjinal:**
  Suatu kejadian mempengaruhi kejadian lain, **dan** kedua kejadian itu harus bersamaan.

$$P(R) = \sum_{i=1}^{k} P(RS_i)$$
$$= \sum P(S_i)P(R/S_i)$$

  - S_i = kejadian-kejadian yang saling meniadakan
  - R = kejadian yang harus ada bersamaan dengan (salah satu dari) S_i

PENERBIT ERLANGGA

Teorema Bayes

- **Teorema Bayes:**
  Probabilitas dari suatu kejadian adalah sesuai pengaruh yang merupakan hasil observasi.

$$P(A_i / A) = [P(A_i) P(A / A_i)] / [\sum^{k}_{i=1} P(A_i) P(A / A_i)]$$

  - A_i = kejadian yang harus ada sebelum kejadian A

PENERBIT ERLANGGA

Permutasi

- **Permutasi:**
  Pengaturan/urutan yang penting dari elemen/objek ($AB \neq BA$).

$${}_mP_m = m! \qquad \rightarrow m \text{ objek diambil per } m$$

$${}_mP_x = m!/(m-x)! \rightarrow m \text{ objek diambil per } x$$

PENERBIT ERLANGGA

Kombinasi

- **Kombinasi:**
  Susunan elemen yang tidak memperhatikan urutan ($AB = BA$).

  $_mC_x = m!/[x!(m - x)!] \rightarrow$ m objek diambil per x

PENERBIT ERLANGGA