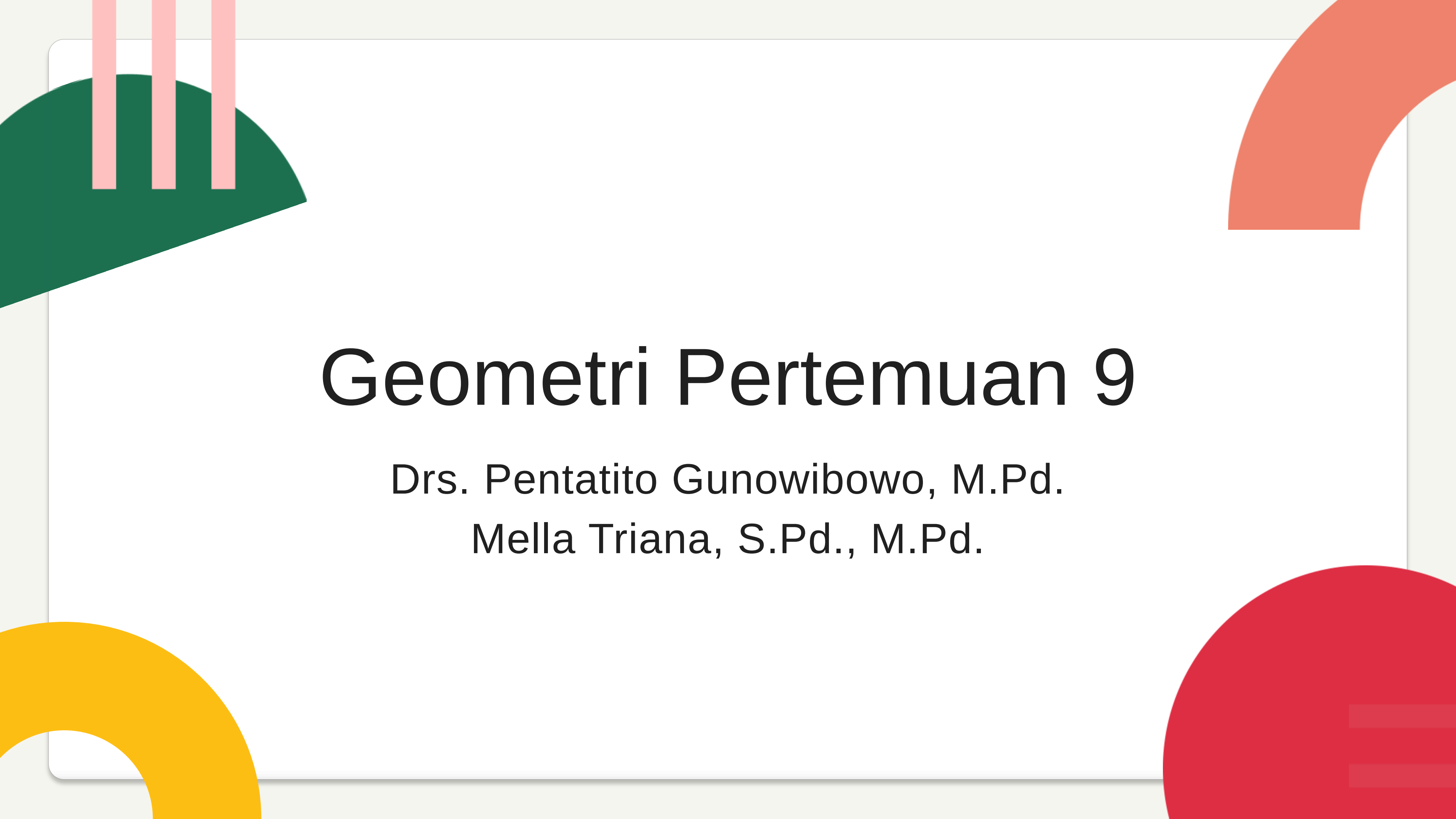




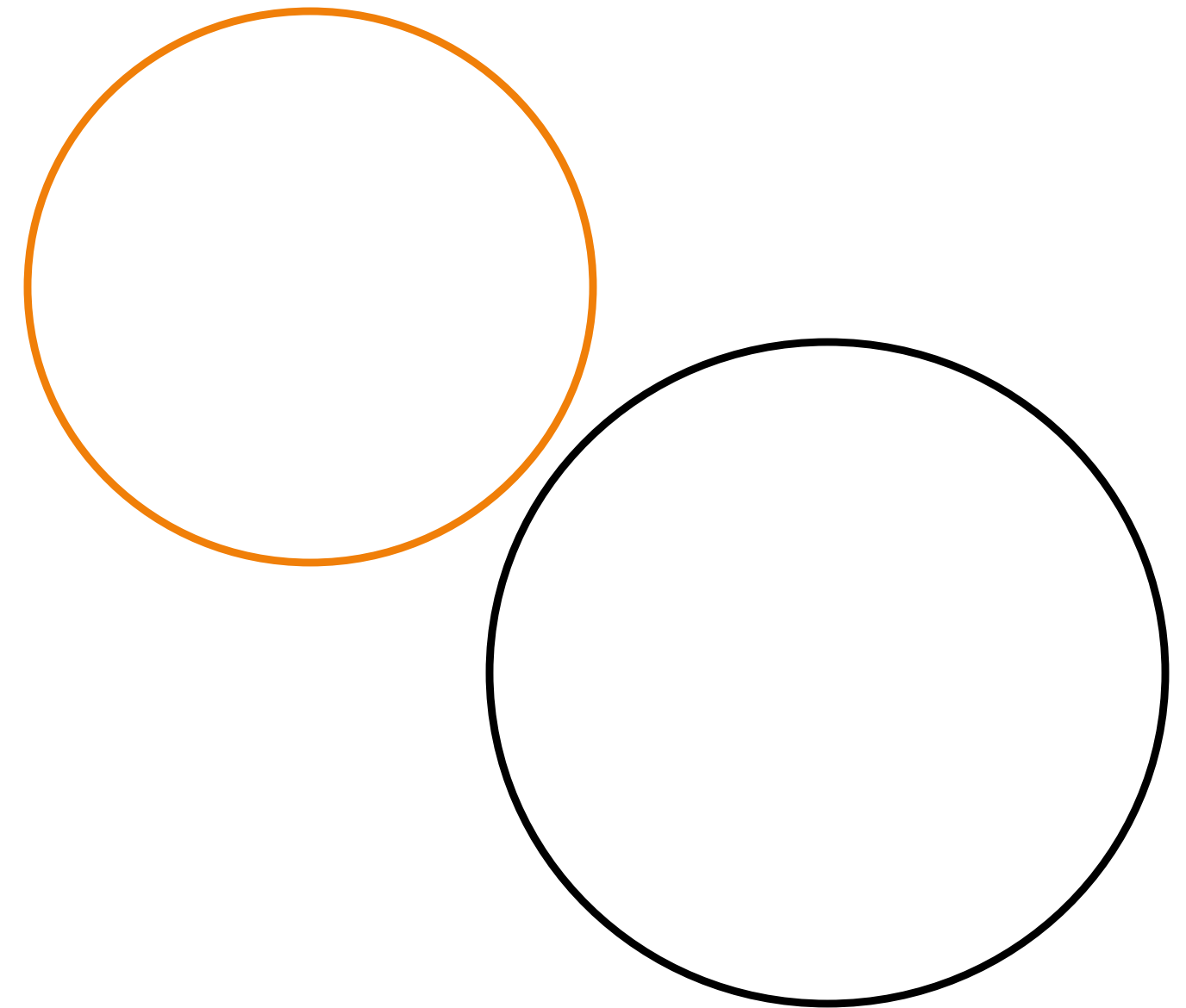
Geometri Pertemuan 9

Drs. Pentatito Gunowibowo, M.Pd.
Mella Triana, S.Pd., M.Pd.

Lingkaran

Capaian Pembelajaran

Mahasiswa memahami aksioma, definisi, teorema, serta dapat menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan lingkaran

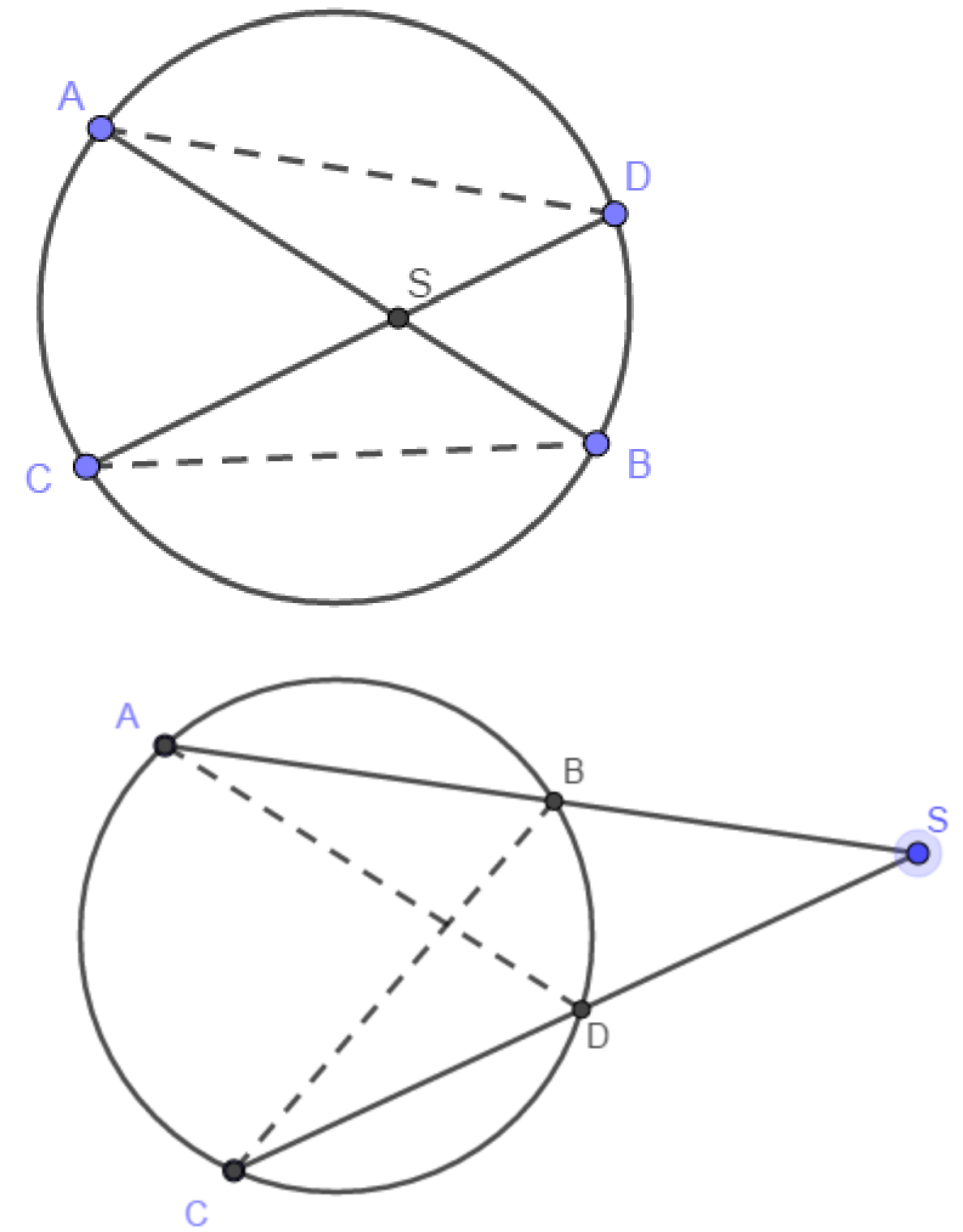


PANJANG SEGMENT GARIS DALAM LINGKARAN

Teorema 5.8

Jika titik A, B, C , dan D terletak pada suatu lingkaran dan jika S titik potong AB dan CD , maka $AS \cdot BS = CS \cdot DS$

Buktikan!

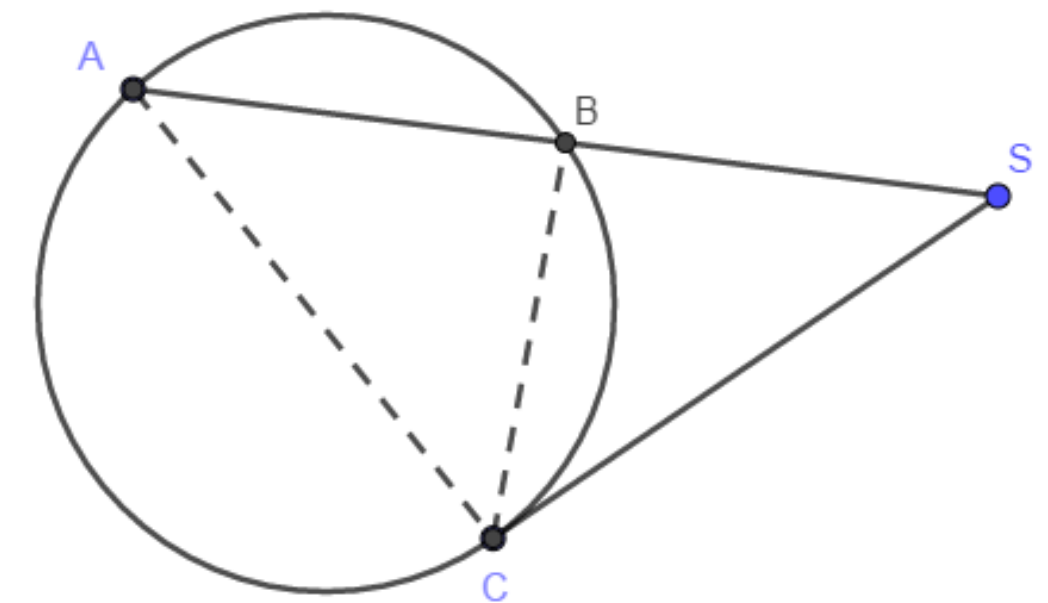


PANJANG SEGMENT GARIS DALAM LINGKARAN

Teorema 5.9

Jika titik A, B, dan C terletak pada suatu lingkaran dan garis singgung lingkaran di C berpotongan dengan AB di titik S, maka **$AS \cdot BS = CS^2$**

Buktikan!



LINGKARAN DALAM SEGITIGA

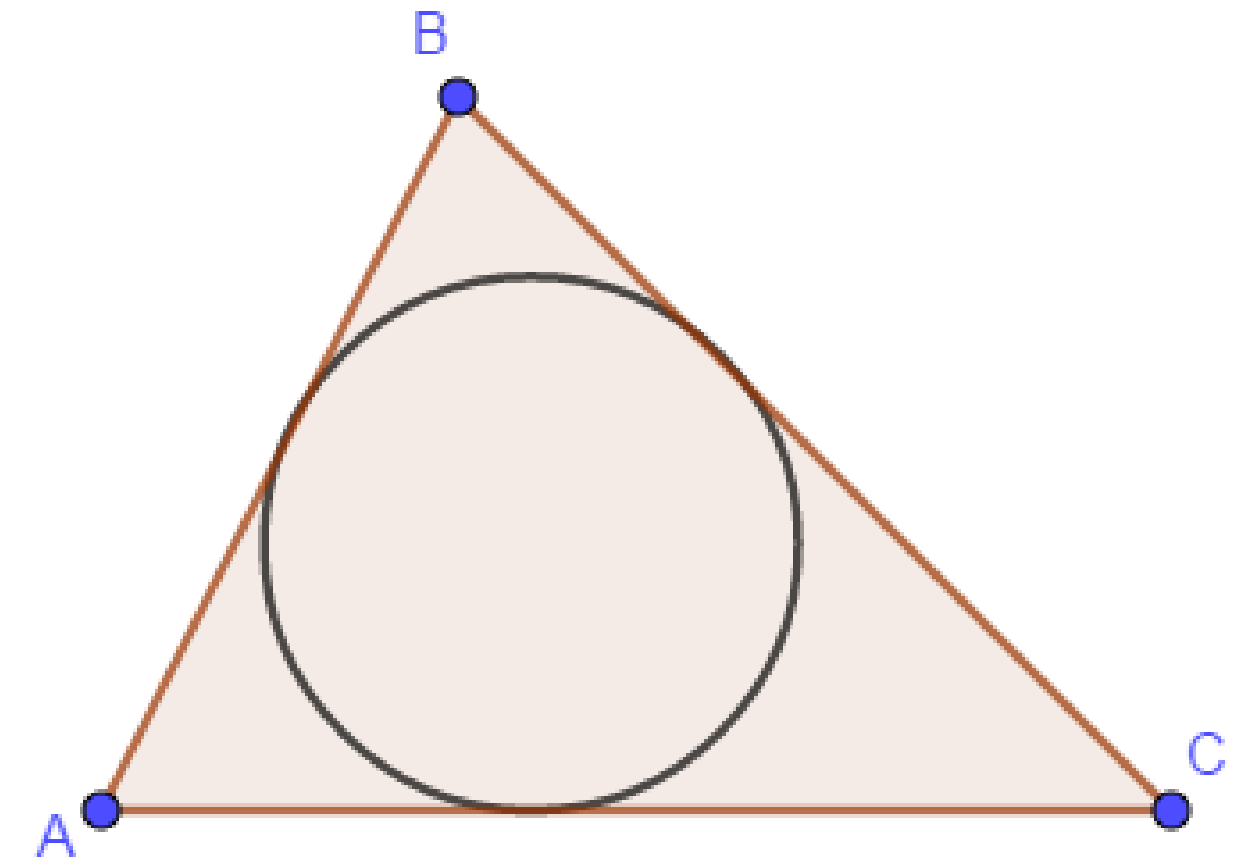
Pentatito G & Mella T

Definisi 5.4

Lingkaran dalam segitiga adalah lingkaran yang menyinggung sisi-sisi segitiga. Tiap segitiga hanya memiliki tepat satu lingkaran dalam.

Titik pusat lingkaran dalam suatu segitiga adalah titik potong garis-garis bagi sudut segitiga.

Kegiatan: Gambarkan lingkaran dalam suatu segitiga sembarang



Teorema 5. 10

Jari-jari lingkaran dalam suatu segitiga sama dengan luas daerah segitiga dibagi setengah keliling segitiga itu.

Diketahui: dengan panjang sisinya a , b , dan c dan O titik pusat lingkaran dalam segitiga dengan panjang jari-jari r .

Akan dibuktikan: $r = \frac{L}{s}$ dengan

$$L = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \text{ dan } s = \frac{a+b+c}{2}$$

Bukti: Silahkan anda buktikan, dengan petunjuk berikut.

Petunjuk

- Gambar sembarang $\triangle ABC$ dengan lingkaran dalamnya berpusat di O
- Perhatikan tiga buah segitiga yaitu AOB , AOC , dan BOC , tinggi ke-tiga segitiga ini sama dengan r . Mengapa?
- Hitung luas ke-tiga segitiga tersebut kemudian jumlahkan.
- Gunakan manipulasi aljabar untuk menemukan rumus

$$r = \frac{L}{s} \text{ atau } r = \frac{\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}{s}$$

dengan

r = jari-jari lingkaran

L = luas daerah segitiga

s = setengah keliling segitiga

Teorema 5. 11

Potongan-potongan garis singgung dari titik A, B, dan C pada lingkaran dalam $\triangle ABC$ berturut-turut adalah $s - a$, $s - b$ dan $s - c$

Diketahui: Lingkaran dalam berpusat di O menyinggung sisi AB, BC, dan AC berturut-turut di titik D, E, dan F.

Akan dibuktikan:

$$AD = AF = s - a$$

$$BD = BE = s - b, \text{ dan}$$

$$CE = CF = s - c$$

Bukti: Silahkan Anda buktikan dengan petunjuk berikut

- Gambarlah lingkaran $\triangle ABC$ dalam beserta titik-titik yang diketahui
- Hubungkan semua titik-titik yang diketahui dengan pusat lingkaran
- Perhatikan pasangan-pasangan segitiga yang sebangun
- Perhatikan, akibat dari kesebangunan itu terdapat pasangan-pasangan bagian sisi-sisi yang sama panjang, kemudian andaikan panjang pasangan bagian ini dengan variabel baru misalnya: x , y , dan z
- Hitunglah $x + y + z$, $x + y$, $x + z$, dan $y + z$
- Gunakan operasi aljabar untuk menunjukkan apa yang akan dibuktikan.

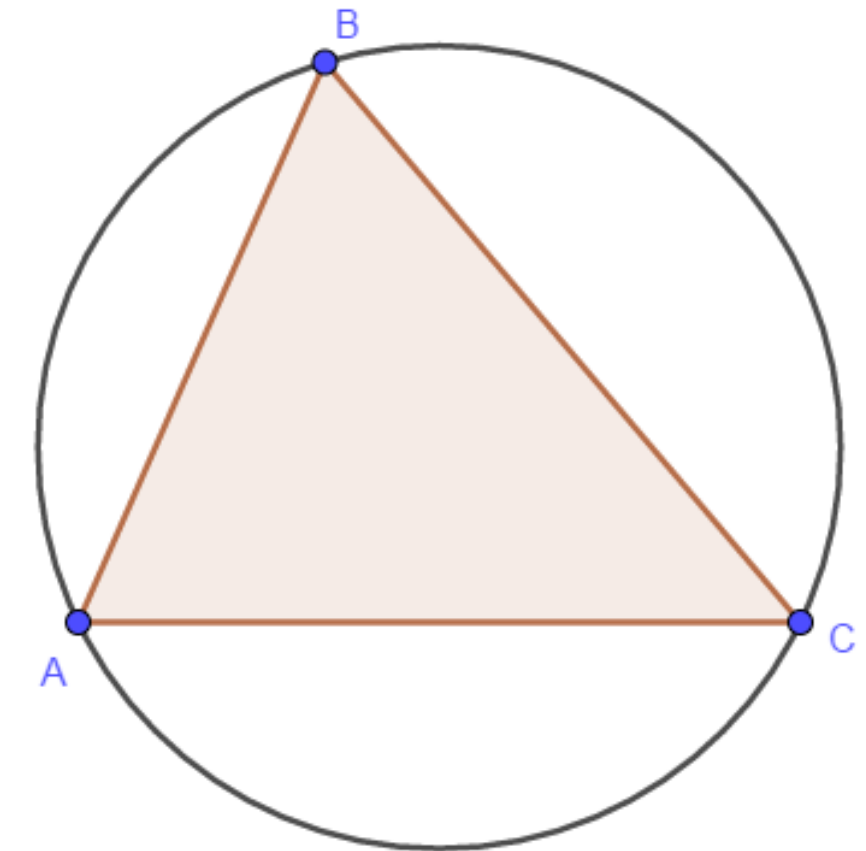
Lingkaran Luar Segitiga

Definisi 5.5

Lingkaran luar segitiga adalah lingkaran yang melalui ketiga titik segitiga. Tiap segitiga hanya mempunyai satu lingkaran luar.

Titik pusat lingkaran luar segitiga adalah titik potong garis-garis sumbu sisi segitiga

Kegiatan: Gambarkan lingkaran luar suatu segitiga ABC sembarang



Teorema 5. 12

Jari-jari lingkaran luar segitiga sama dengan hasil kali sisi-sisi segitiga dibagi empat kali luas daerah segitiga tersebut.

Andaikan diketahui $\triangle ABC$ dengan panjang sisinya a , b , dan c dan O titik pusat lingkaran luar segitiga, akan dibuktikan bahwa

$$R = \frac{abc}{4L}$$

dengan $L = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

Bukti: Silahkan anda buktikan, dengan petunjuk berikut.

Petunjuk

- Gambar sembarang $\triangle ABC$ dengan lingkaran luarnya berpusat di O . misal jari-jari lingkaran luarnya adalah R
- Dari salah satu titik sudut $\triangle ABC$ tarik garis tinggi. Misal dari titik B garis tingginya t_b .
- Gambar segitiga dengan salah satu sisinya adalah a dan satu sisi yang lain adalah diameter lingkaran yang melalui titik B .
- Tunjukkan bahwa segitiga baru ini sebangun dengan segitiga yang dibentuk oleh garis tinggi t_b dan sisi lainnya c .
- Nyatakan perbandingan yang terjadi karena kesebangunan tersebut.
- Pilih perbandingan yang sesuai dan gunakan manipulasi aljabar untuk menemukan rumus

$$R = \frac{abc}{4L}$$

LINGKARAN SINGGUNG SEGITIGA

Definisi 5.6

Garis bagi luar sudut A, garis bagi luar sudut B, dan garis bagi dalam sudut C dalam $\triangle ABC$ melalui satu titik O_c . Titik tersebut berjarak sama dari sisi AB serta perpanjangan sisi CB dan CA, jika jarak yang sama kita sebut r_c maka terdapat lingkaran yang menyinggung sisi AB serta perpanjangan sisi CB dan CA. Lingkaran (O_c, r_c) ini di sebut lingkaran singgung pada sisi c. Tiap segitiga memiliki tiga lingkaran singgung. Untuk selanjutnya r_a , r_b , dan r_c adalah jari-jari lingkaran singgung pada sisi-sisi a , b , dan c .

Kegiatan: Gambarkan lingkaran singgung suatu segitiga ABC sembarang

Teorema 5.13

Pentatito G & Mella T

Panjang bagian-bagian garis singgung dari titik A, B dan C pada lingkaran singgung $\triangle ABC$ pada sisi c berturut-turut adalah $s-b$, $s-c$, dan s .

Akan dibuktikan:

$$CD = CF = s ;$$

$$AD = AE = s - b ; \text{ dan}$$

$$BE = BF = s - a$$

Bukti :

$$\triangle CO_c D \cong \triangle CO_c F ,$$

$$\triangle AO_c D \cong \triangle AO_c E ,$$

$$\triangle BO_c E \cong \triangle BO_c F$$

*Mengapa?
tugas Anda memberi alasan)*

Akibatnya $CD = CF$, $AD = AE$, dan $BE = BF$

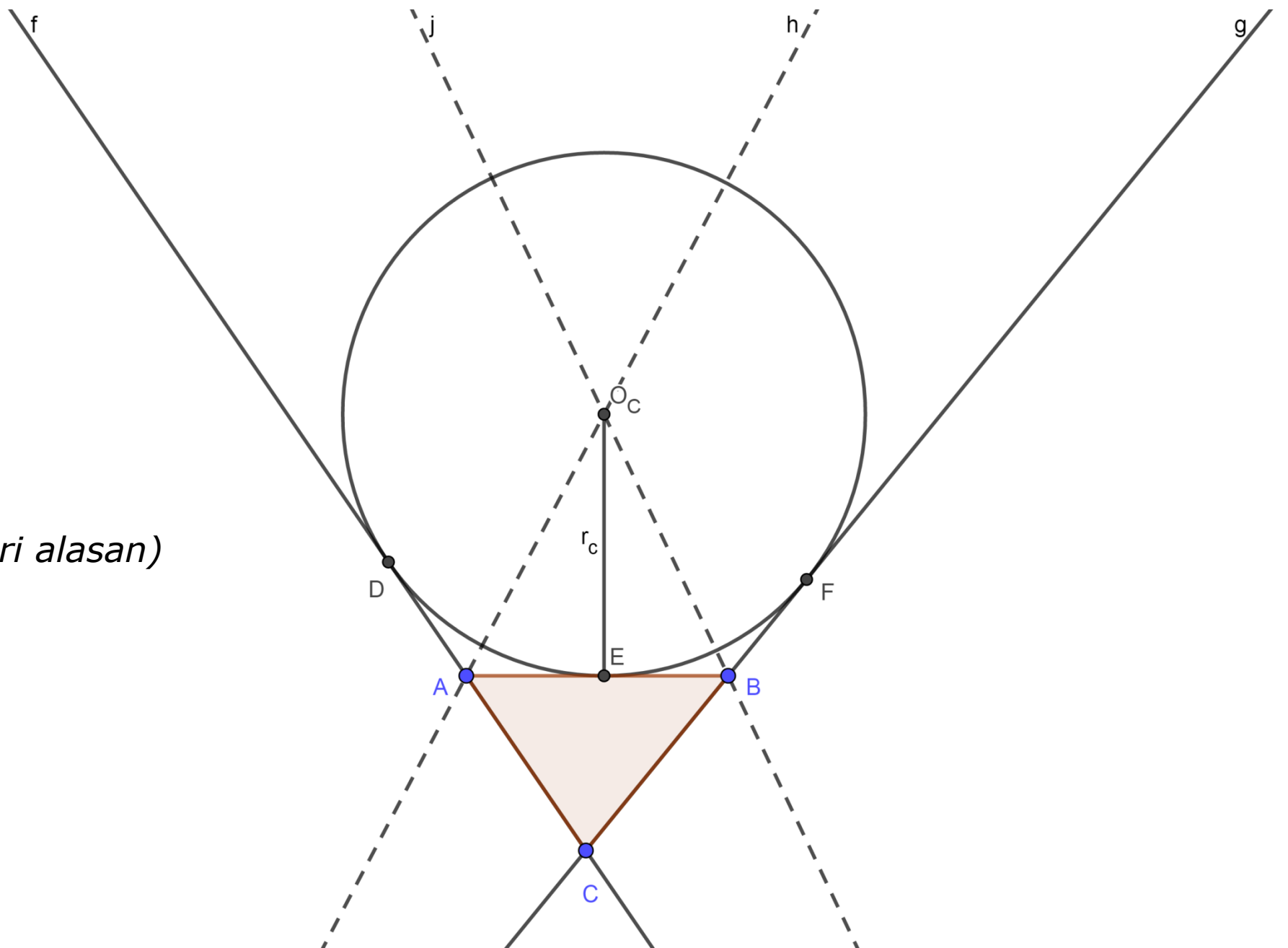
Andaikan $AD = AE = x$, dan $BE = BF = y$, maka

$$CF + CD = a + y + b + x = a + b + c = 2s$$

$$\text{jadi } CD = CF = s$$

$$\text{Akibatnya } AD = AE = CD - CA = s - b \quad \text{dan}$$

$$BE = BF = CF - BC = s - a$$



Teorema 5.14

Pentatito G & Mella T

Panjang jari-jari lingkaran singgung $\triangle ABC$

i. pada sisi c adalah $\frac{L\triangle ABC}{s-a}$

ii. pada sisi b adalah $\frac{L\triangle ABC}{s-b}$

iii. pada sisi a adalah $\frac{L\triangle ABC}{s-c}$

Silahkan Anda buktikan!

EXERCISE

Lukis Lingkaran dalam, Lingkaran Luar, dan Lingkaran Singgung suatu segitiga.

Buktikan Teorema-teorema yang belum dibuktikan