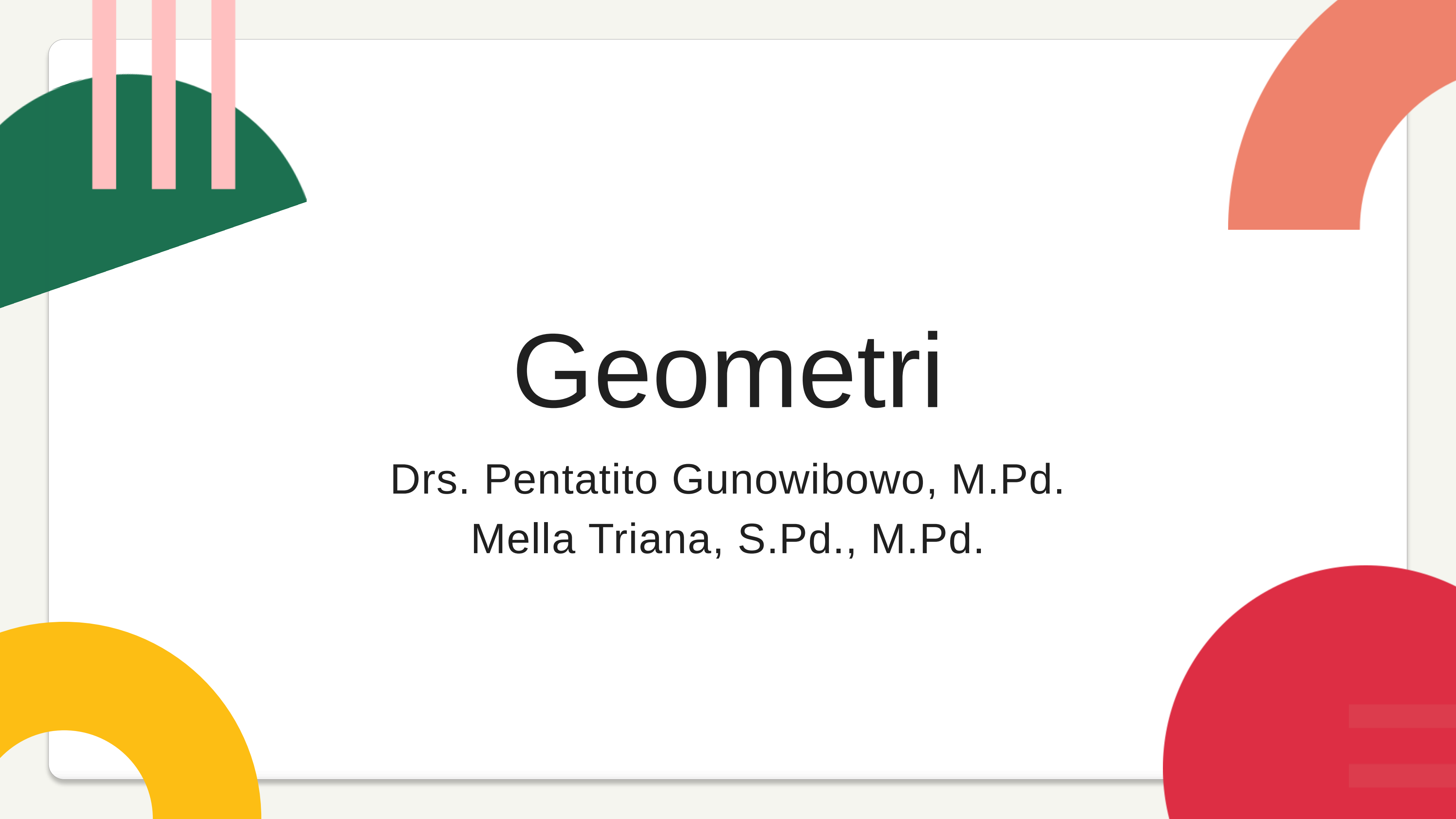




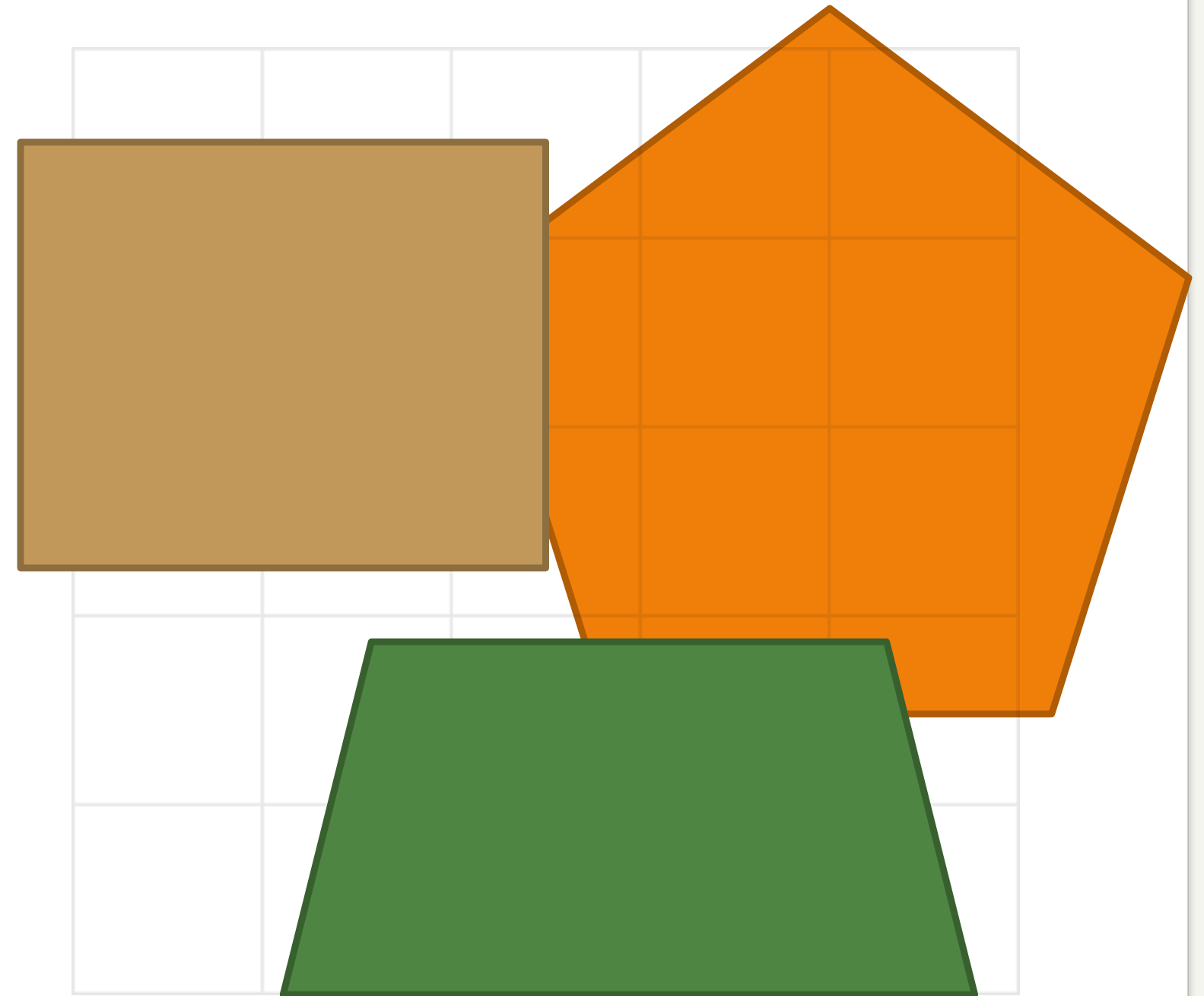
Geometri

Drs. Pentatito Gunowibowo, M.Pd.
Mella Triana, S.Pd., M.Pd.

Luas dan Keliling

Capaian Pembelajaran

Setelah mengikuti perkuliahan hari ini, diharapkan mahasiswa mampu Menentukan keliling dan luas daerah segiempat, segitiga, dan segi n beraturan

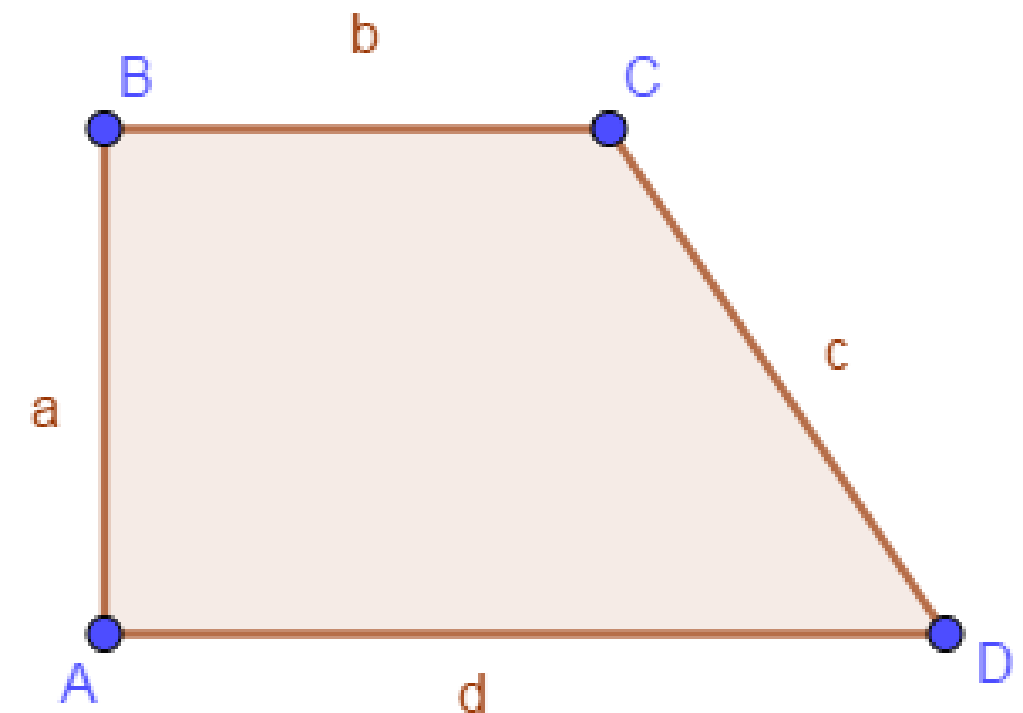


Definisi Luas dan Keliling

(The Perimeter and Area)

Perimeter refers to the distance around a figure.

Area refers to the size of the interior of a planar (flat) figure.



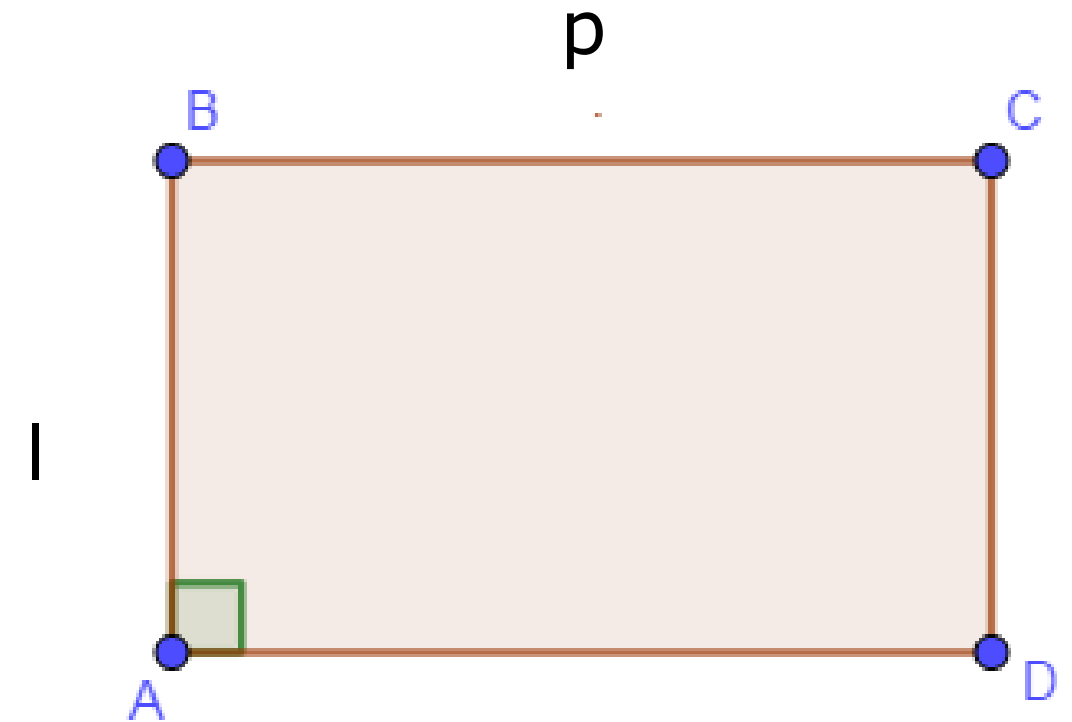
Keliling dan Luas Persegi Panjang

Misalkan suatu persegi panjang dengan panjang p satuan panjang dan lebar l satuan panjang.

Jika **K** satuan panjang menyatakan keliling dan **L** satuan luas menyatakan luas, maka rumus keliling dan luas persegipanjang adalah

$$K = 2p + 2l \quad \text{atau} \quad K = 2(p + l)$$

$$L = p \times l$$

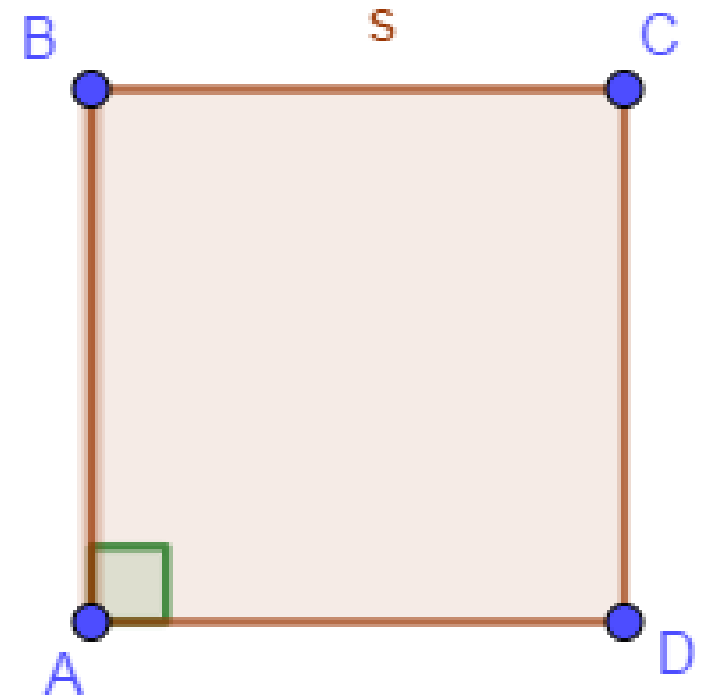


Keliling dan Luas Persegi

Misalkan suatu persegi dengan panjang sisi s satuan panjang. Jika K satuan panjang menyatakan keliling dan L satuan kuadrat menyatakan luas, maka rumus keliling dan luas daerah persegi adalah

$$K = 4s$$

$$L = s \times s = s^2$$

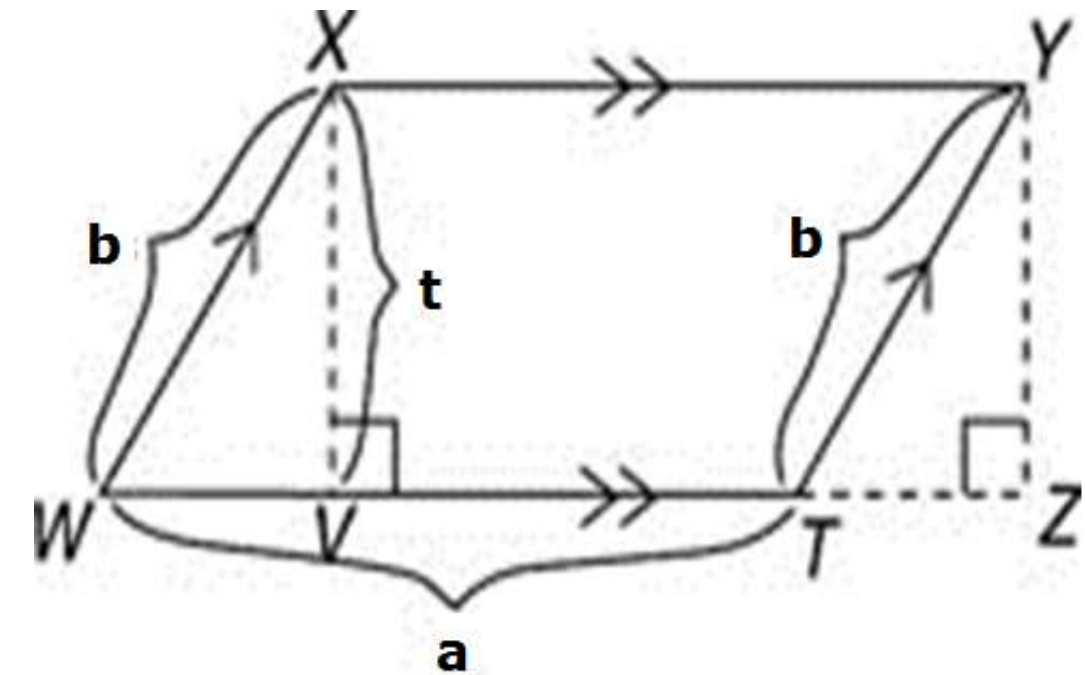


Keliling Jajar Genjang

Perhatikan jajar genjang disamping, misal t adalah tinggi jajargenjang karena tegaklurus sisi dihadapannya, yaitu sisi a (alas jajar genjang). Sisi lain selain sisi alas dinamakan sisi b .

Keliling jajar genjang sama dengan dua kali jumlah panjang sisi yang saling berdekatan
Sehingga

$$K = 2 (a + b)$$



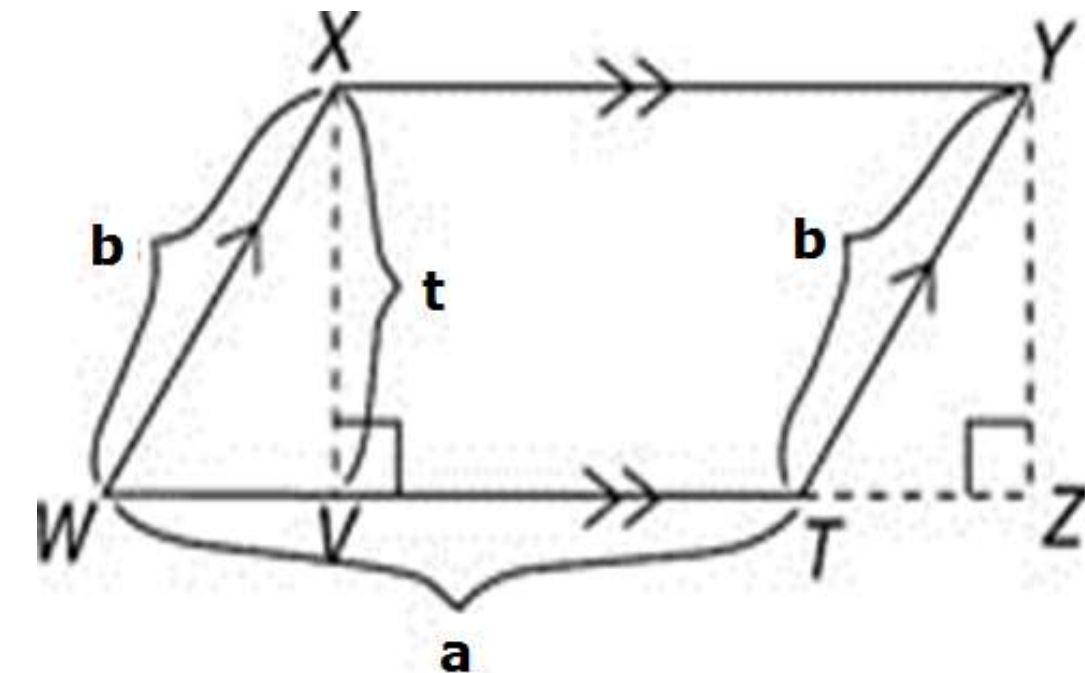
Luas Jajar Genjang

Perhatikan gambar disamping,
Berdasarkan teorema 2.5, $\Delta WXV \cong \Delta TYZ$,
sehingga $\Delta WXV \cong \Delta TYZ$ mempunyai luas
daerah yang sama. Hal ini berakibat Luas $WXYT$
= Luas $XYZV$.

$L_{\text{persegi panjang } XYZV} = at$, jadi $L_{\text{jajargenjang } XYTW} = at$.

Jadi, luas jajar genjang adalah hasil perkalian
dari alas dan tinggi jajar genjang.

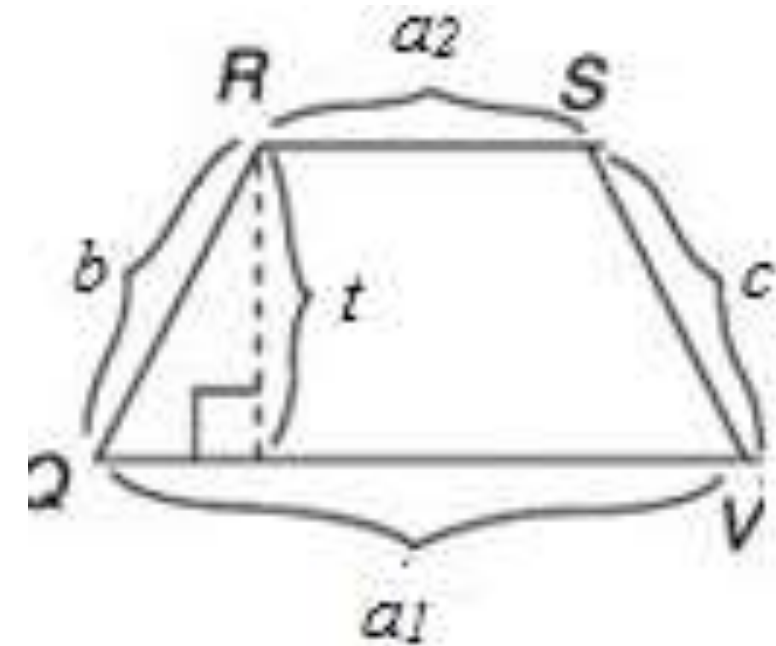
$$A_{\text{jajargenjang}} = at$$



Keliling Trapesium

Pada gambar disamping, trapesium $QRSV$ dengan panjang sisi-sisi yang sejajar a_1 dan a_2 dan t adalah tinggi trapesium, dan sisi b dan c adalah kaki trapesium. Sehingga keliling trapesium tersebut adalah

$$K = a_1 + b + a_2 + c$$



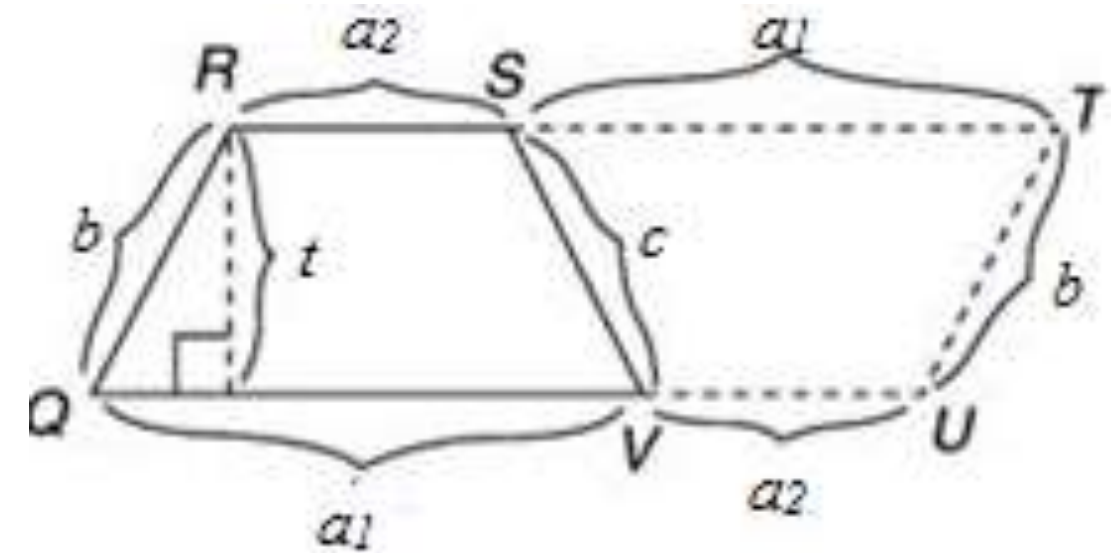
Luas Trapesium

Perhatikan gambar di samping, dibuat trapesium TUVS yang kongruen dengan trapesium QRSV, dan digambar berdampingan dengan trapesium QRSV tetapi dengan posisi terbalik. Sehingga didapat $QRTU$ adalah jajar genjang, maka

$$\begin{aligned} A_{\text{jajargenjang } QRTU} &= (\text{alas})(\text{tinggi}) \\ &= (a_1 + a_2)t \end{aligned}$$

Karena luas daerah trapesium $QRSV$ adalah setengah dari luas daerah jajar genjang $QRTU$, maka didapat rumus luas trapesium adalah

$$L_{\text{trapesium}} = \frac{1}{2} (a_1 + a_2)(t)$$



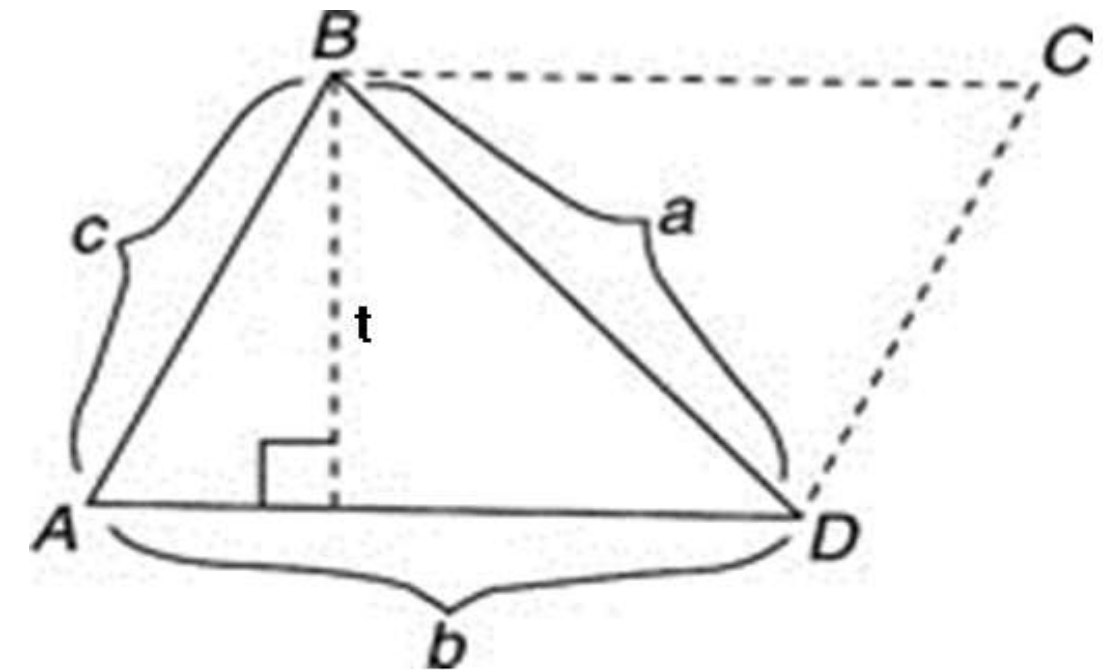
Keliling dan Luas Segitiga

Perhatikan $\triangle ABD$ pada gambar. Dibuat garis yang melalui B dan sejajar AD yaitu garis BC dan garis yang melalui D dan sejajar AB yaitu garis DC , sehingga terbentuk jajar genjang $ABCD$. BD adalah diagonal jajar genjang $ABCD$ yang membagi jajar genjang menjadi dua segitiga yang kongruen, sehingga

$$L_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} (L_{\text{jajargenjang } ABCD})$$

$$L_{\text{segitiga}} = \frac{1}{2} bt$$

$$K_{\text{segitiga}} = a + b + c$$



Teorema Luas Segitiga

Jika segitiga ABC mempunyai sisi-sisi a , b , dan c , maka

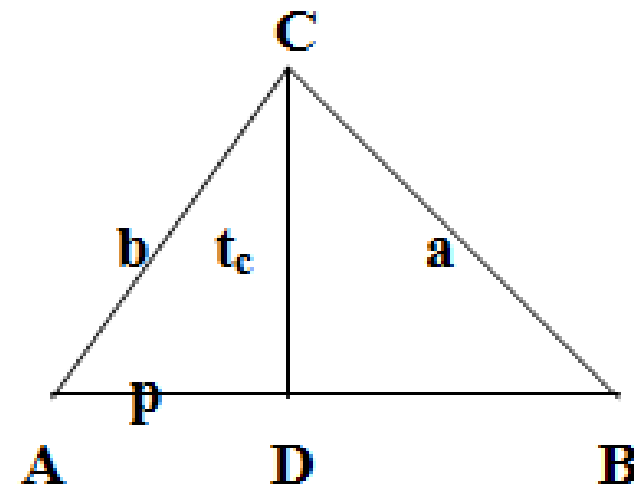
luas segitiga ABC =

$$\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \text{ dengan } s = \frac{1}{2}(a+b+c)$$

Bukti

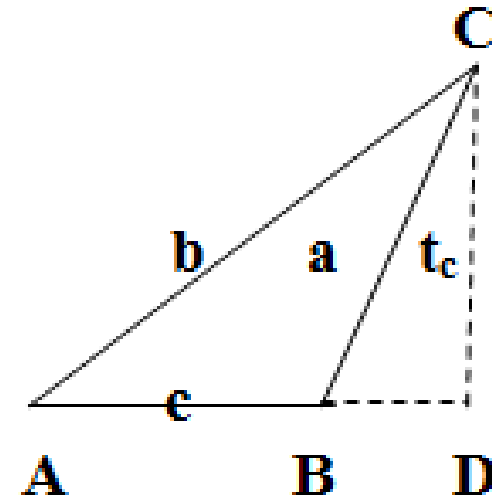
Untuk membuktikan teorema tersebut, dapat menggunakan teorema 2.25 (teorema proyeksi)

Teorema Proyeksi

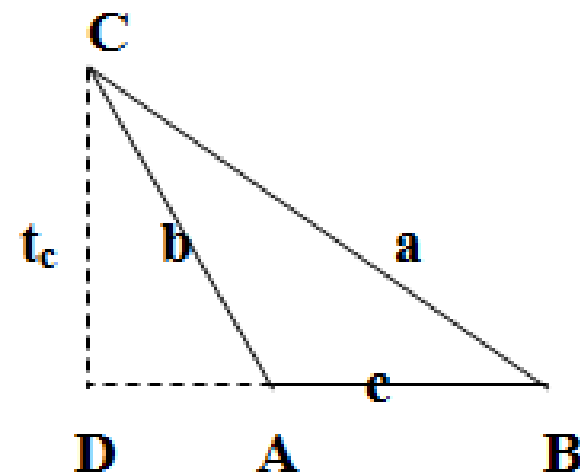


G.1

$$AD = p \text{ dan } AB = c$$



G.2



G.3

i) a) Perhatikan gambar G.1 ($\angle A$ lancip, $\angle B$ lancip)

$$AD = p \rightarrow DB = c - p \text{ dan } CD = t_c$$

Pada $\triangle BDC$, $a^2 = t_c^2 + (c - p)^2$ dan pada $\triangle ADC$, $t_c^2 = b^2 - p^2$

$$\text{Maka } a^2 = b^2 + c^2 - 2pc$$

b) Perhatikan gambar G.2 ($\angle A$ lancip, $\angle B$ tumpul)

$$AD = p \rightarrow DB = p - c \text{ dan } CD = t_c$$

Pada $\triangle BDC$, $a^2 = t_c^2 + (p - c)^2$ dan pada $\triangle ADC$, $t_c^2 = b^2 - p^2$

$$\text{Maka } a^2 = b^2 + c^2 - 2pc$$

ii) Perhatikan gambar G.3 ($\angle A$ tumpul)

$$AD = p \rightarrow DB = p + c \text{ dan } CD = t_c$$

Pada $\triangle BDC$, $a^2 = t_c^2 + (p + c)^2$ dan pada $\triangle ADC$, $t_c^2 = b^2 - p^2$

$$\text{Maka } a^2 = b^2 + c^2 + 2pc$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2pc \rightarrow p = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2c}$$

Pada ΔACD , $t_c^2 = b^2 - p^2$

$$t_c^2 = b^2 - \left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2c} \right)^2$$

$$t_c^2 = \left(b + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2c} \right) \left(b - \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2c} \right)$$

$$= \frac{\left((b+c)^2 - a^2 \right) \left(a^2 - (b-c)^2 \right)}{4c^2}$$

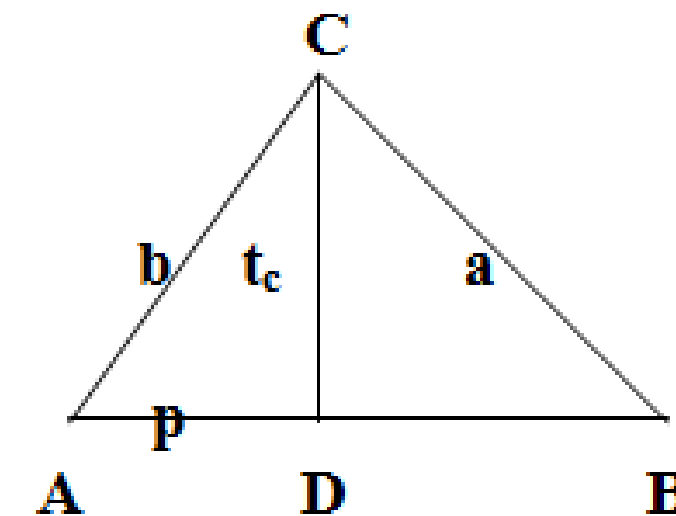
$$= \frac{(b+c+a)(b+c-a)(a+b-c)(a-b+c)}{4c^2}$$

$$= \frac{2s \cdot 2(s-a) \cdot 2(s-c) \cdot 2(s-b)}{4c^2}$$

$$t_c = \frac{2}{c} \sqrt{s(s-a)(s-c)(s-b)}$$

$$\text{Luas } \Delta ABC = \frac{1}{2} \cdot c \cdot t_c$$

$$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$



G.1

Akibatnya

Jika segitiga ABC mempunyai sisi-sisi a, b, dan c, maka

$$\text{Luas Segitiga ABC} = \frac{1}{4} \sqrt{2(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) - (a^4 + b^4 + c^4)}$$

Buktikan!

Teorema Keliling Dua Segitiga Sebangun

Jika dua segitiga sebangun mempunyai faktor skala $a : b$ maka rasio kelilingnya adalah $a : b$

Buktikan!

Teorema Luas Dua Segitiga Sebangun

Jika dua segitiga sebangun mempunyai faktor skala $a : b$ maka rasio Luasnya adalah $a^2 : b^2$

Buktikan!

Luas dan Keliling Belah Ketupat

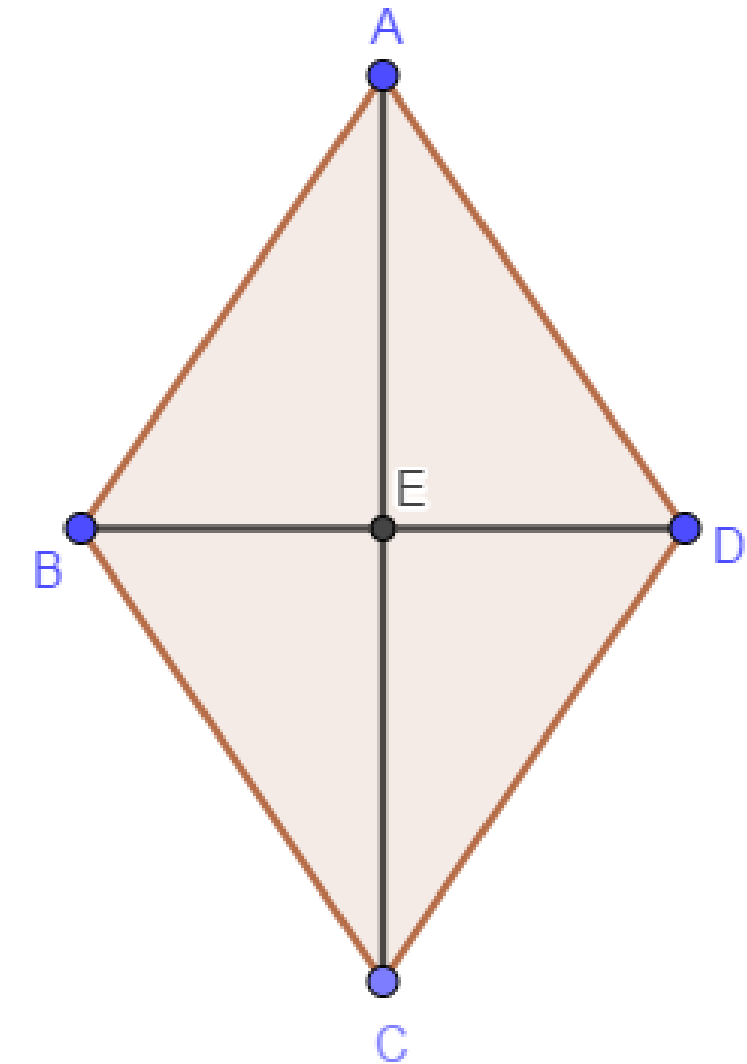
Perhatikan gambar disamping, belah ketupat ABCD dengan diagonal AC dan diagonal BD dan sisi s.

Misal diagonal BD = d_1 dan diagonal AC = d_2 .

Perhatikan $\triangle ABD$ dan $\triangle CBD$.

$$\begin{aligned} L_{\text{belahketupat ABCD}} &= \text{Luas } \triangle ABD + \text{Luas } \triangle CBD \\ &= \frac{1}{2} (d_1) \left(\frac{1}{2} d_2 \right) + \frac{1}{2} (d_1) \left(\frac{1}{2} d_2 \right) \\ &= \frac{1}{2} (d_1) (d_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_{\text{belahketupat ABCD}} &= AB + BC + CD + AD \\ &= 4s \end{aligned}$$

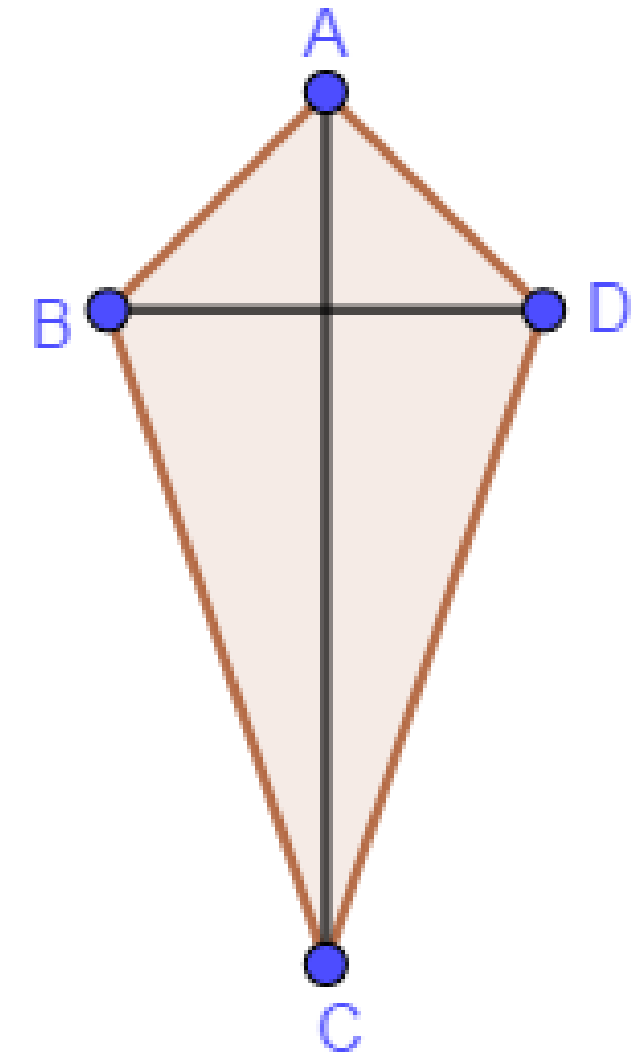


Luas dan Keliling Layang-Layang

Perhatikan gambar disamping, layang-layang ABCD dengan diagonal AC dan diagonal BD dan sisi s. Misal diagonal $BD = d_1$ dan diagonal $AC = d_2$

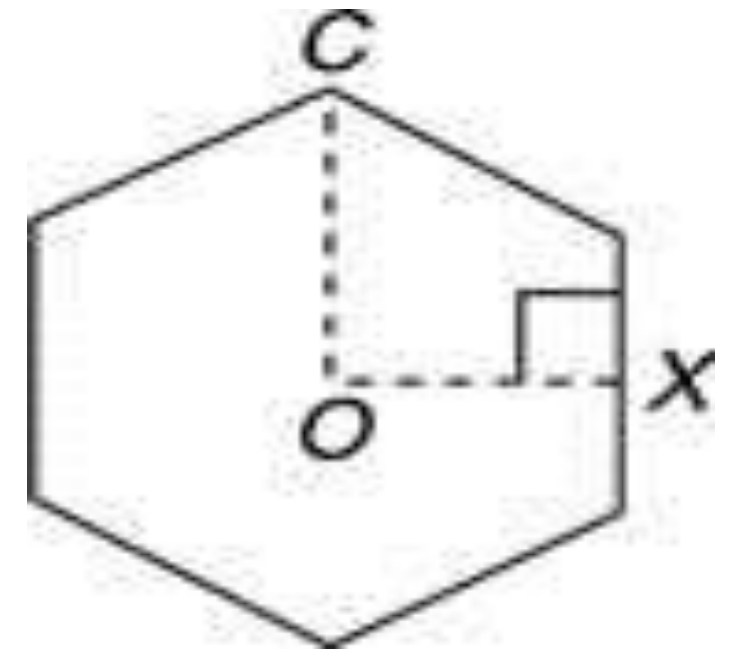
$$L_{\text{layang-layang}} \text{ ABCD} = \frac{1}{2}(d_1)(d_2)$$

$$K_{\text{layang-layang}} \text{ ABCD} = AB + BC + CD + AD$$



Parts of a regular polygon (Segi-n)

In a regular polygon, there is one point in its interior that is equidistant from its vertices. This point is called the **center** of the **regular polygon**. The **radius** of a regular polygon is a segment that goes from the center to any vertex of the regular polygon. The **apothem** of a regular polygon is any segment that goes from the center and is perpendicular to one of the polygon's sides. In Figure, OC is a radius and OX is an apothem.



The Perimeter (Keliling) And Area (Luas daerah): Regular Polygons (Segi-n)

Finding the Perimeter

Because a regular polygon is equilateral, to find its perimeter you need to know only the length of one of its sides and multiply that by the number of sides. Using n -gon to represent a polygon with n sides, and s as the length of each side, produces the following formula.

$$P_{\text{regular } n\text{-gon}} = ns$$

The Perimeter (Keliling) And Area (Luas daerah): Regular Polygons (Segi-n)

Finding the Area (Luas)

If ***p*** represents the perimeter of the regular polygon and ***a*** represents the length of its apothem, the following formula can eventually be shown to represent its area.

$$A_{regular\ n-gon} = \frac{1}{2}ap$$

EXERCISE

Buktikan Teorema-teorema yang belum dibuktikan