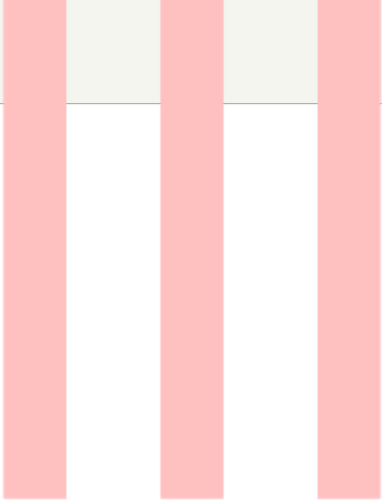


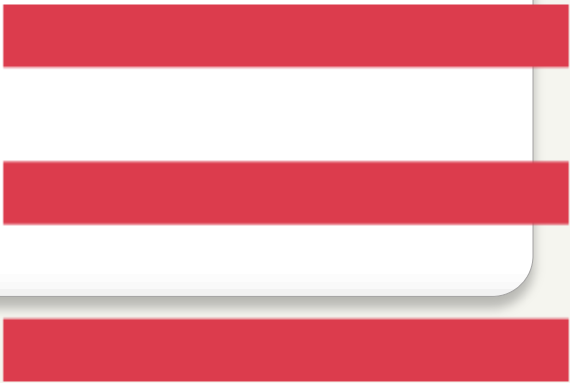


Titik, Garis dan Bidang dalam Ruang

Part 2

Drs. Pentatito Gunowibowo, M.Pd.

Mella Triana, S.Pd., M.Pd.



Garis-Garis Tegak Lurus

Teorema 13. Jika salah satu diantara garis-garis sejajar tegak lurus pada suatu bidang, maka garis yang lain juga tegak lurus bidang itu.

Teorema 14. Jika dua garis tegak lurus pada suatu bidang yang sama, maka keduanya sejajar.

Teorema 15. Melalui satu titik pada suatu garis hanya dapat dibuat satu bidang yang tegak lurus garis itu.

Teorema 16. Melalui satu titik tidak pada suatu garis hanya dapat dibuat satu bidang yang tegak lurus garis itu.

Teorema 17. Melalui satu titik pada suatu bidang dapat ditarik tepat satu garis yang tegak lurus bidang itu.

Garis Sejajar Bidang

Pentatito G & Mella T

Definisi

Suatu garis dan suatu bidang dikatakan sejajar bila tidak memiliki titik persekutuan (<https://www.geogebra.org/3d/veg4wjfk>)

Teorema 18. Suatu garis diluar suatu bidang akan sejajar dengan bidang itu, bila garis itu sejajar dengan suatu garis yang terletak pada bidang itu.

Teorema 19. Jika suatu bidang memuat garis yang sejajar dengan bidang lain maka garis perpotongan kedua bidang sejajar dengan garis tersebut.

Teorema 20. Melalui suatu titik di luar suatu bidang dapat ditarik tak hingga banyak garis-garis yang sejajar bidang tersebut.

Teorema 21. Melalui suatu titik di luar suatu garis dapat di buat tak hingga banyak bidang yang sejajar garis itu.

Teorema 22. Jika suatu garis sejajar dengan dua bidang yang berpotongan maka garis itu sejajar dengan garis potong kedua bidang tersebut.

Teorema 23. Melalui suatu titik P hanya dapat di buat tepat satu bidang yang sejajar dengan dua garis yang tidak sejajar.

Perpotongan Tiga Bidang

Andaikan terdapat tiga bidang α, β dan γ . Bidang α dan β berpotongan menurut garis AB, maka garis AB dapat:

- a. memotong bidang γ di titik P, ini berarti ketiga bidang itu berpotongan di P
ilustrasi gambar : <https://www.geogebra.org/3d/urfknwzf>
- b. sejajar dengan bidang γ , ini berarti ketiga garis potong bidang saling sejajar.
ilustrasi gambar : <https://www.geogebra.org/3d/pbp4g7dw>
- c. terletak pada bidang γ , ini berarti ketiga bidang melalui sebuah garis.
ilustrasi gambar : <https://www.geogebra.org/3d/sgfzp79n>

Dua Bidang Sejajar

Definisi

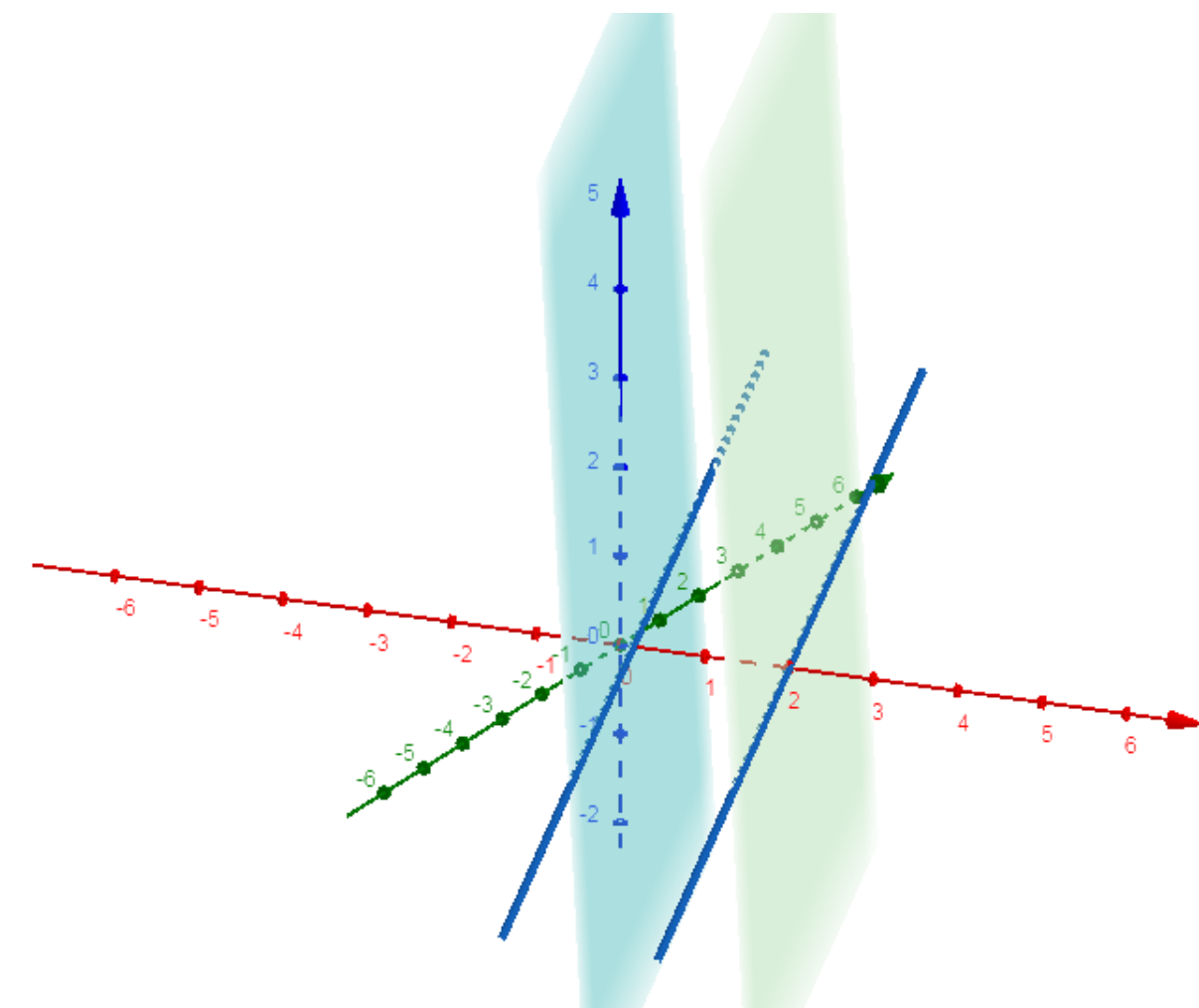
Dua bidang dikatakan saling sejajar bila keduanya tidak memiliki garis persekutuan.

Teorema 24. Dua bidang akan sejajar, jika keduanya tegak lurus pada suatu garis.

Teorema 24.a. Jika suatu garis tegak lurus dengan suatu bidang yang diketahui yang sejajar dengan bidang lain, maka garis itu juga tegak lurus dengan bidang lain tersebut.

Teorema 25. Dua bidang akan sejajar jika sepasang garis berpotongan pada bidang yang satu sejajar dengan sepasang garis berpotongan pada bidang yang lain.

Teorema 26. Semua garis yang melalui suatu titik di luar suatu bidang dan sejajar dengan bidang itu, terletak pada suatu bidang.



Link : <https://www.geogebra.org/3d/dafjvmdg>

Dua Bidang Sejajar

Teorema 27. Melalui suatu titik di luar suatu bidang hanya dapat dibuat tepat satu bidang yang sejajar bidang itu.

Akibat Teorema 27.

Jika dua bidang sejajar dengan suatu bidang, maka kedua bidang itu saling sejajar.

Jika suatu bidang memotong salah satu bidang dari dua bidang yang sejajar maka bidang itu juga memotong bidang yang lainnya.

Teorema 28. Jika dua bidang sejajar di potong bidang ketiga maka garis-garis potongnya sejajar

PROYEKSI

Pentatito G & Mella T

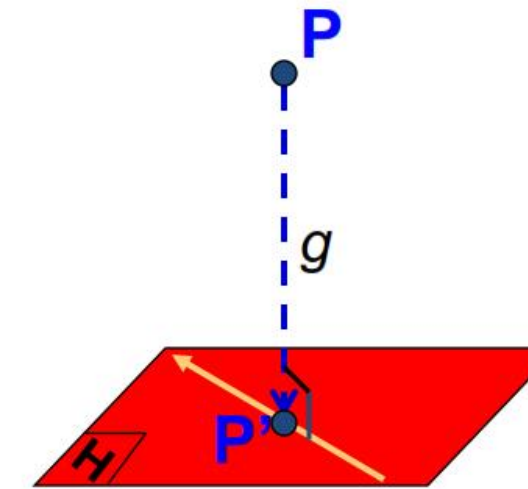
Definisi

Proyeksi suatu titik pada suatu bidang adalah titik kaki garis tegak lurus yang ditarik dari titik tersebut ke bidang itu.

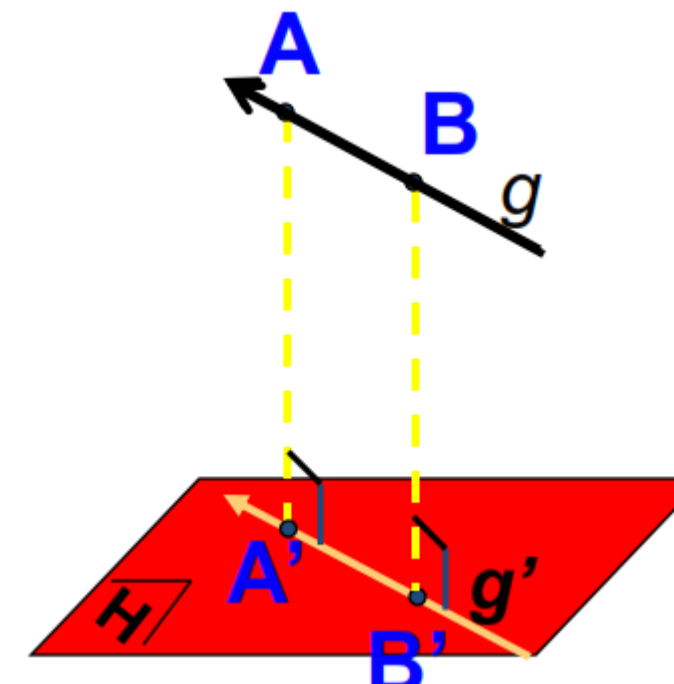
Teorema

Proyeksi suatu garis pada suatu bidang datar, umumnya merupakan suatu garis lurus pula.

Proyeksi garis ke bidang datar, dapat diperoleh dengan memproyeksikan titik-titik yang terletak pada garis itu ke bidang



Dari titik P di luar bidang H ditarik garis $g \perp H$. Garis g menembus bidang H di titik P'. Titik P' adalah proyeksi titik P di bidang H



Proyeksi garis g pada bidang H adalah garis g'

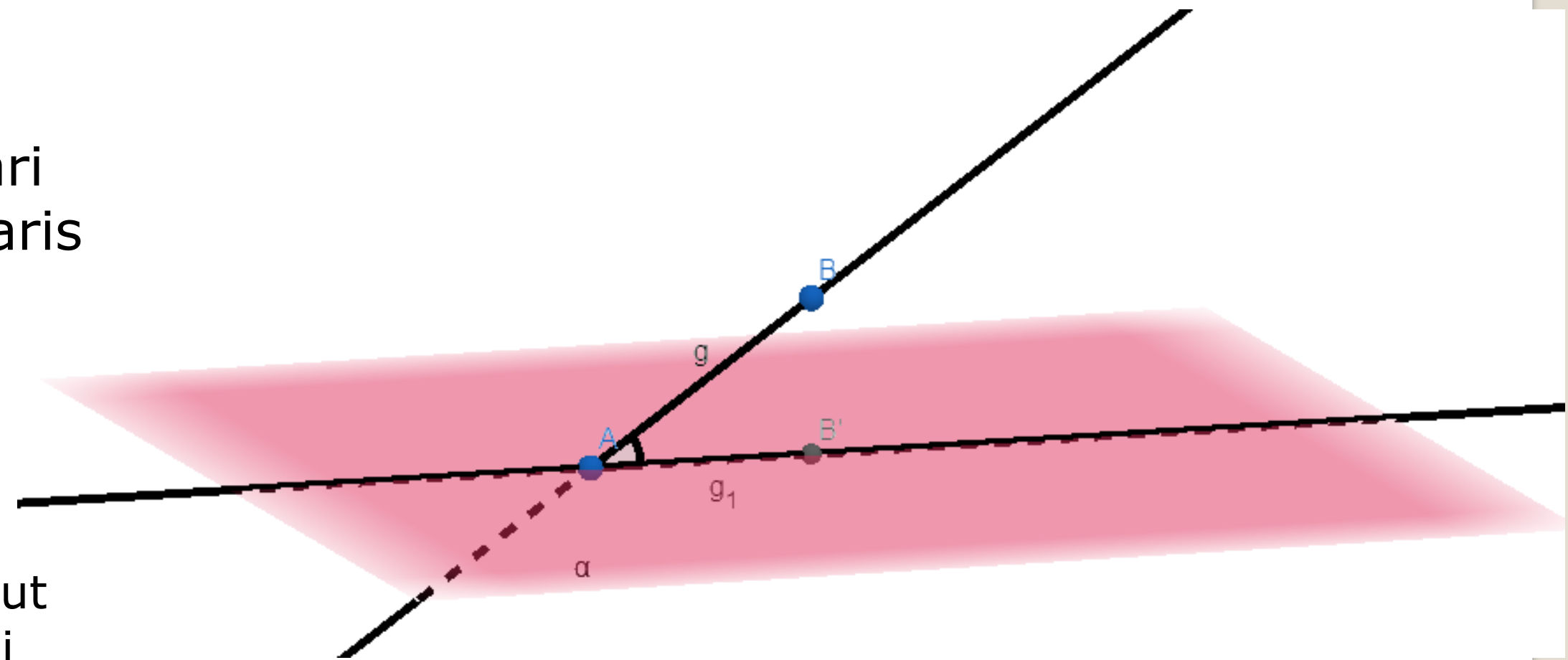
Sudut antara garis dengan suatu bidang

Definisi.

Sudut antara garis dengan suatu bidang adalah sudut yang dibentuk oleh garis itu dengan proyeksi garis itu pada bidang tersebut

Teorema 29. Sudut antara garis dengan suatu bidang lebih kecil dari setiap sudut yang dibentuk oleh garis itu dengan garis lain pada bidang tersebut.

Perhatikan gambar disamping. Sudut antara garis g dan bidang α adalah sudut antara garis g dengan garis g' (proyeksi garis g pada bidang α)



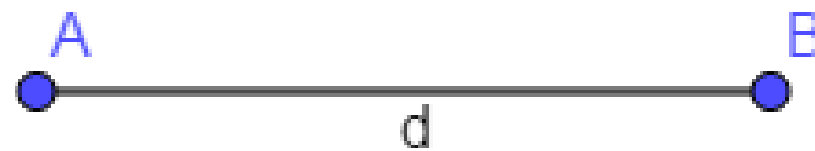
Jarak

Pentatito G & Mella T

Jarak antara dua benda adalah panjangnya garis penghubung terpendek kedua benda itu.

Definisi

Jarak titik antara dua buah titik adalah panjangnya segmen garis yang menghubungkan kedua titik itu

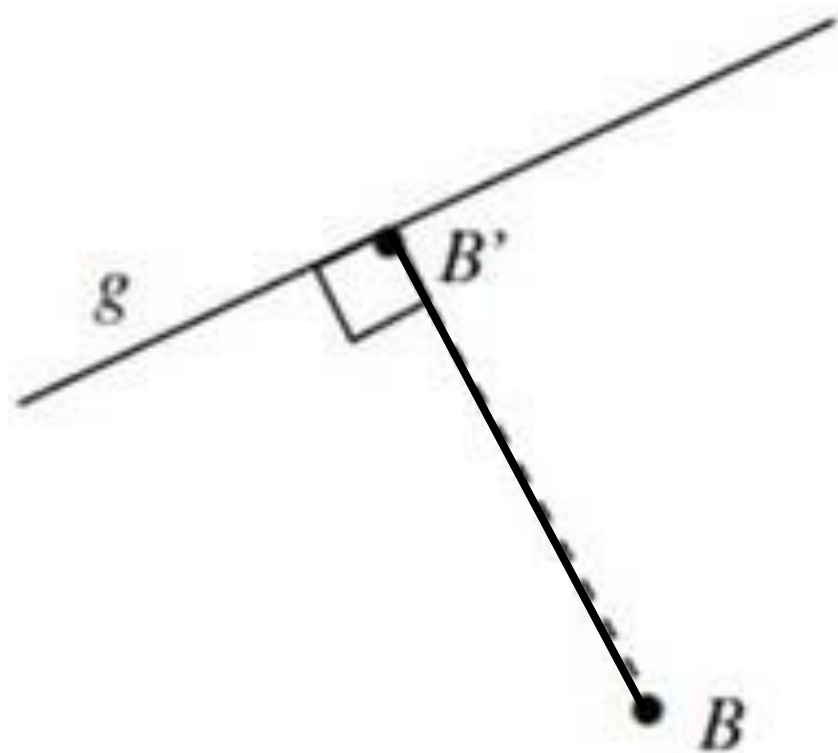


Gambar 1

Gambar 1 menunjukkan jarak antara titik A dan titik B adalah panjang ruas garis AB

Definisi

Jarak antara sebuah titik dan sebuah garis adalah panjang segmen garis yang menghubungkan titik itu dengan titik kaki garis tegak lurus yang dibuat dari titik itu ke garis tersebut.

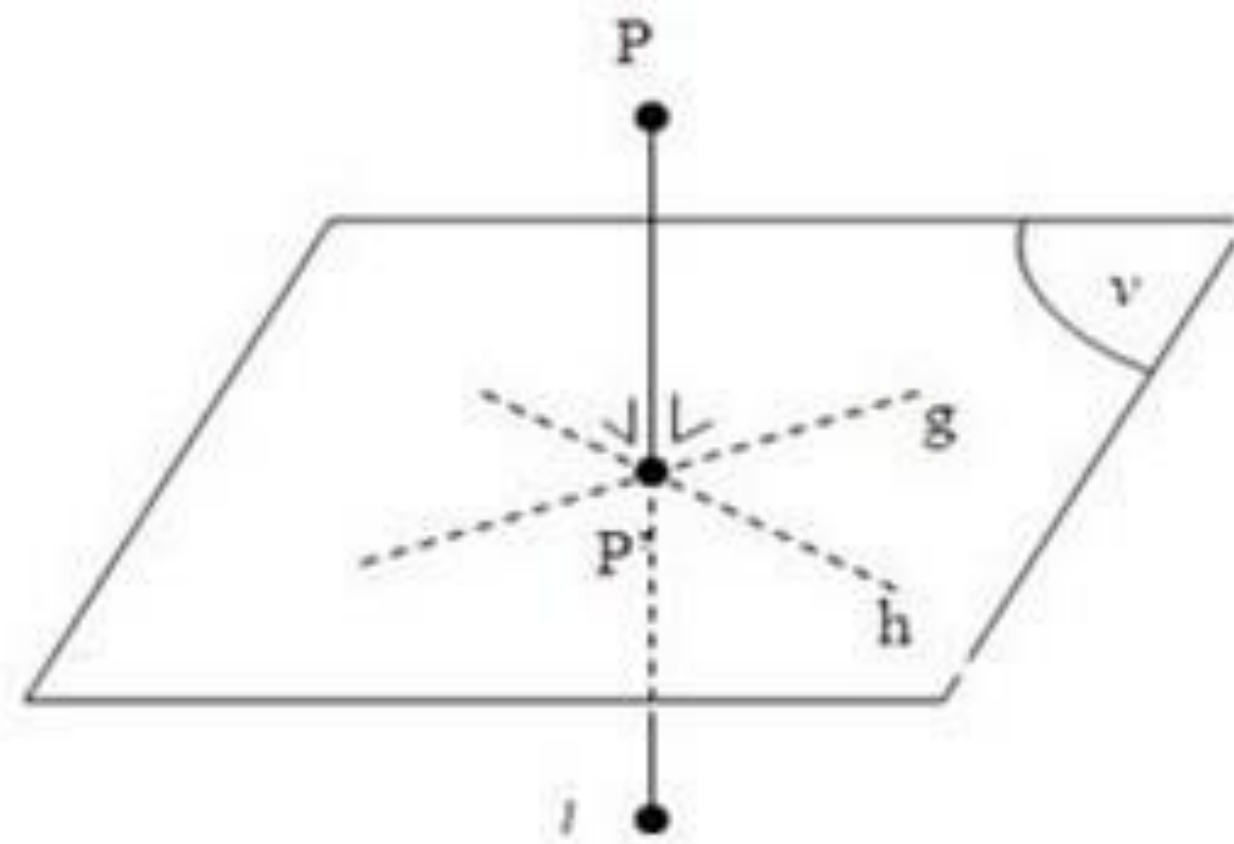


Gambar 2

Gambar 2 menunjukkan jarak dari titik B ke garis g . Jika B_1 adalah titik kaki garis tegak lurus B ke garis g atau B_1 juga disebut proyeksi B pada garis g maka jarak antara titik B ke garis g yaitu panjang segmen garis BB_1 .

Definisi

Jarak antara sebuah titik dan sebuah bidang adalah panjang segmen garis yang menghubungkan titik itu dengan proyeksinya pada bidang tersebut

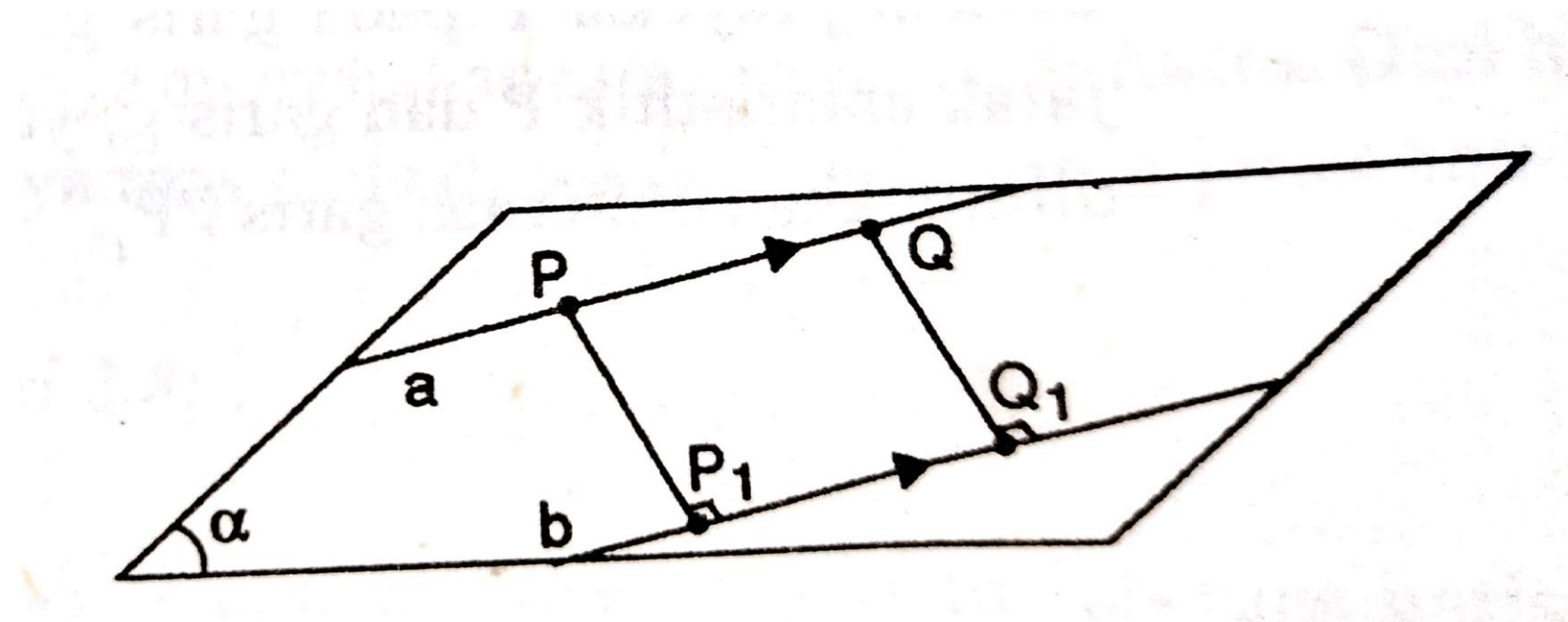


Gambar 3 menunjukkan jarak titik P ke bidang V, P_1 adalah proyeksi titik P pada bidang V. Jarak titik P ke bidang V adalah panjang ruas garis PP_1

Gambar 3

Definisi

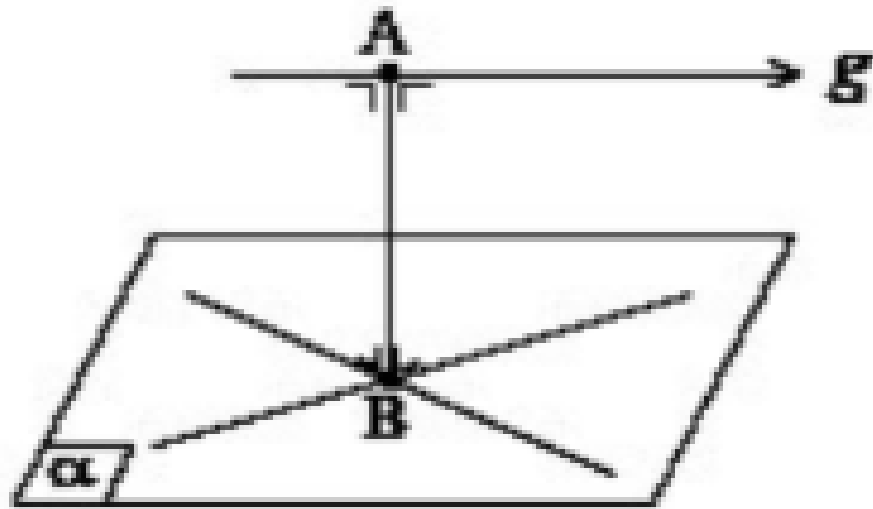
Jarak antara dua garis yang sejajar adalah panjangnya segmen garis yang menghubungkan salah satu titik pada garis yang satu dengan proyeksi titik itu pada garis yang lain.



Pada gambar disamping jarak garis a dan b adalah panjang segmen garis PP_1 atau QQ_1

Definisi

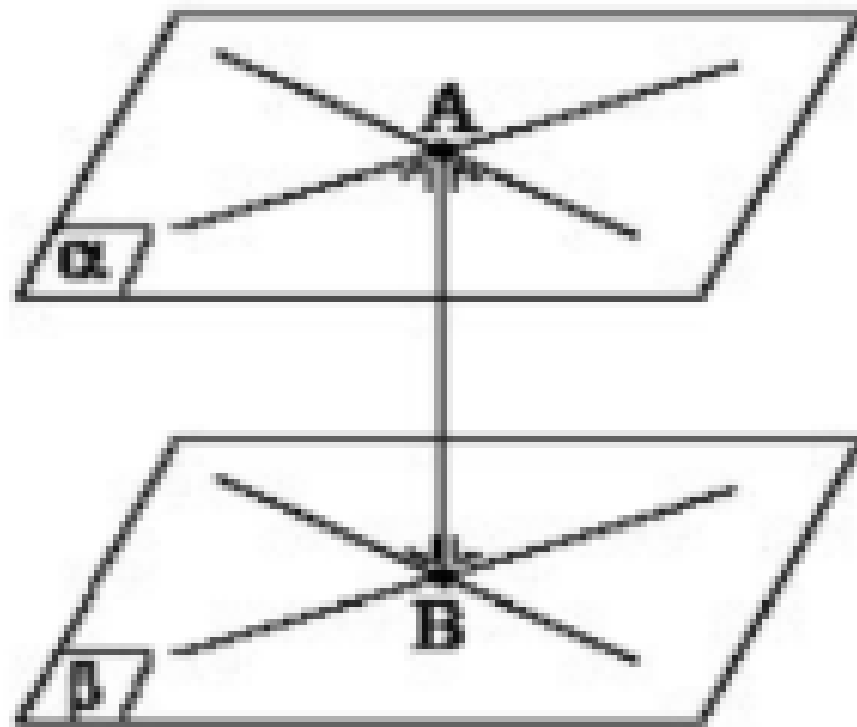
Jarak garis yang sejajar bidang adalah panjangnya segmen garis tegak lurus dari sembarang titik pada garis itu ke bidang



Pada gambar disamping, jarak titik A ke bidang α adalah panjang segmen garis AB

Definisi

Jarak antara dua bidang sejajar adalah panjangnya segmen garis tegak lurus dari ke dua bidang



Pada gambar disamping, jarak antara bidang α dan bidang β adalah panjang segmen garis AB

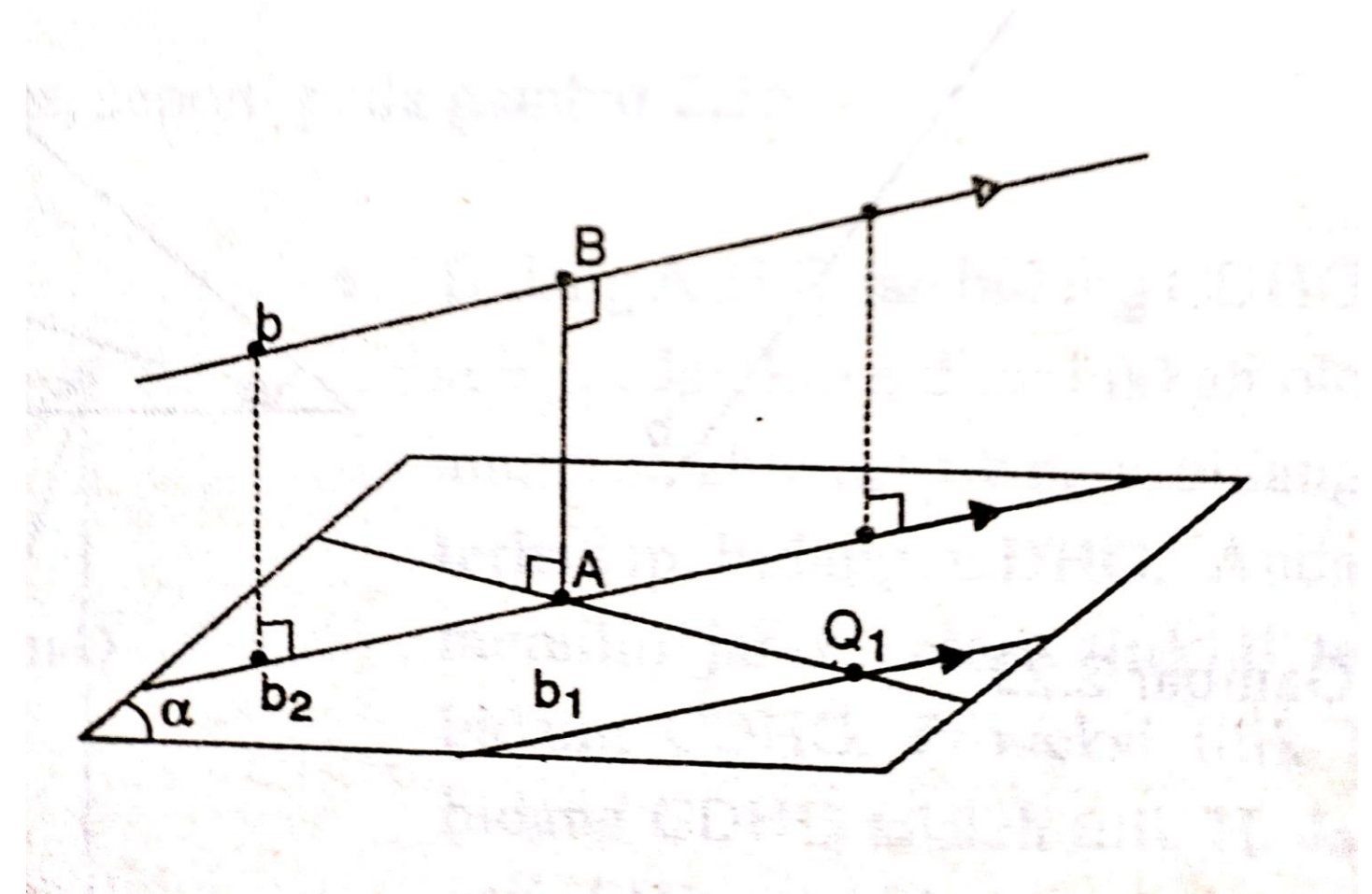
Definisi

Jarak dua garis bersilangan adalah panjangnya segmen garis tegak lurus dari ke dua garis itu.

Untuk menentukan segmen garis yang memotong tegak lurus dua garis yang bersilangan, diperlukan langkah-langkah sebagai berikut :

Misalkan akan dilukis ruas garis yang memotong tegak lurus dua buah garis a dan b yang bersilangan.

1. Buatlah garis b_1 yang memotong a dan sejajar b
2. Buatlah bidang α yang melalui a dan b_1 , bidang α adalah bidang yang letaknya sejajar dengan garis b karena memuat garis b_1 yang sejajar b
3. Carilah proyeksi garis b pada bidang α , samakan hasil proyeksinya berupa garis b_2 . Garis b_2 ini letaknya sejajar dengan garis b dan memotong garis a , misalnya di titik A .
4. Buatlah melalui titik A garis yang tegak lurus pada bidang α , yang akan memotong garis b misalnya di titik B .
5. Segmen garis AB merupakan segmen garis yang memotong tegak lurus garis a di titik A dan memotong tegak lurus garis b di titik B , jadi panjang segmen garis AB menyatakan jarak antara garis a dan garis b .



Sudut Dua Bidang

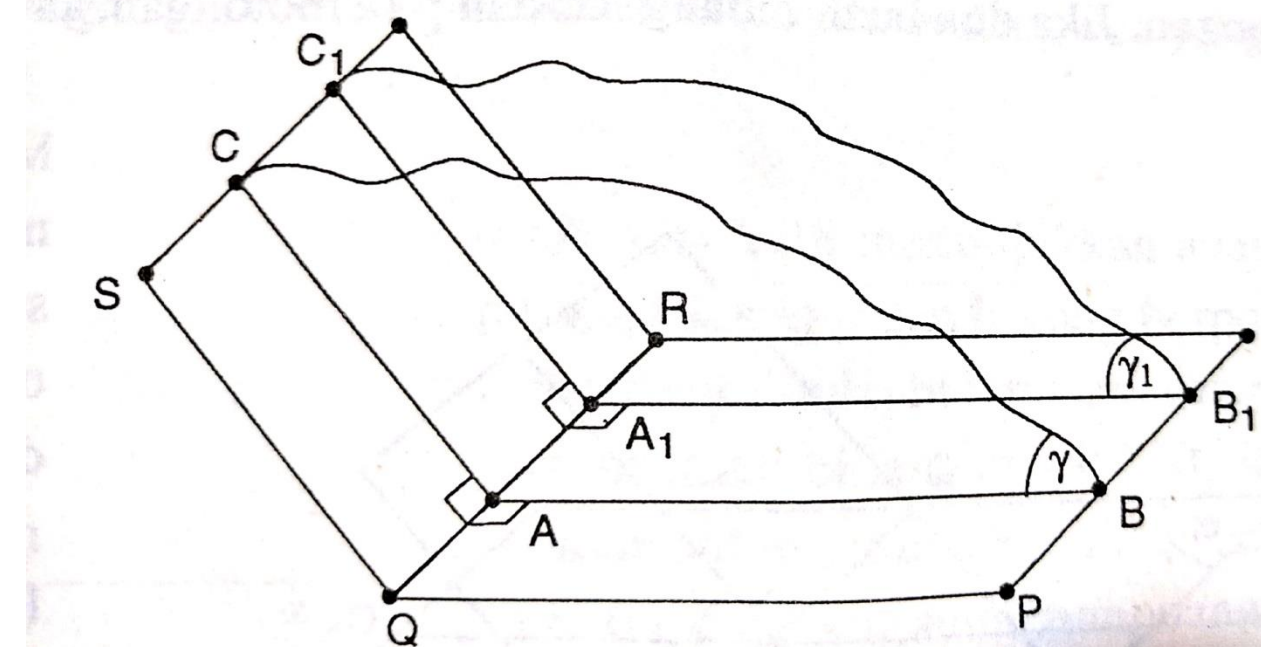
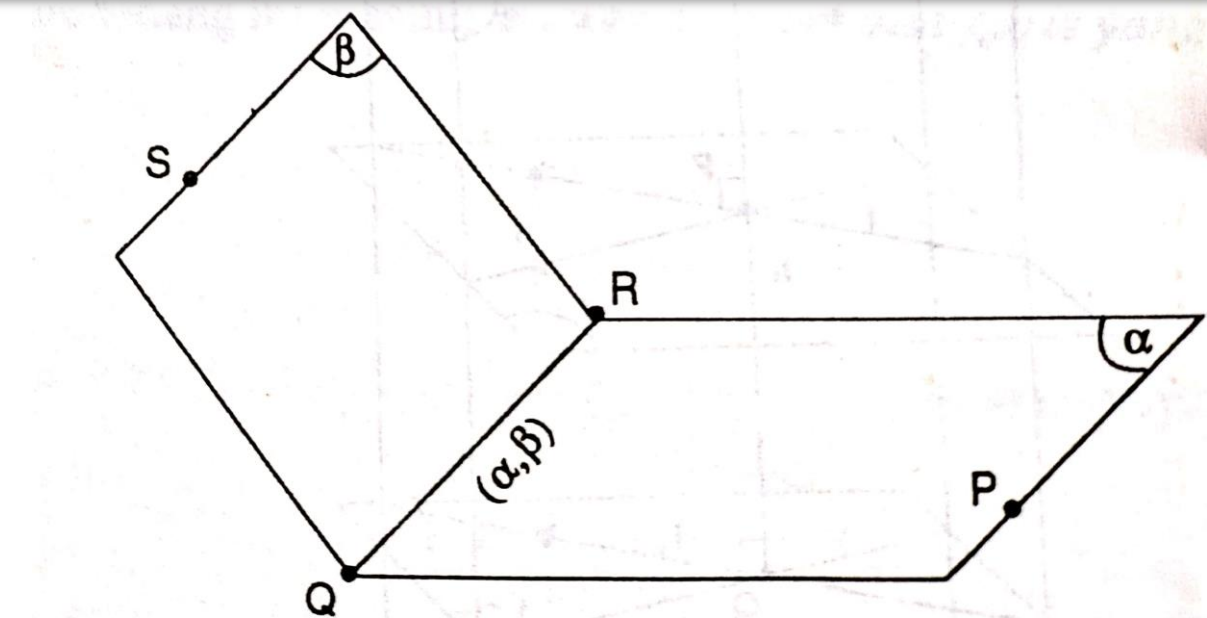
Pentatito G & Mella T

Definisi.

Jika dua bidang berpotongan menurut garis lurus, andaikan kedua bidang itu kita anggap berhenti di garis itu (tidak diperluas), maka ruang terbagi dua. Bagian-bagian ruang itu disebut sudut bidang dua atau sudut ruang.

Bidang-bidang itu disebut **sisi-sisi sudut**. Garis potongnya disebut **rusuk**. Jika melalui sembarang titik pada rusuk di buat bidang yang tegak lurus rusuk, maka bidang itu disebut **bidang tumpuan**. Sudut yang dibentuk oleh kedua garis potong bidang tumpuan dengan bidang sisi disebut **sudut tumpuan**. Besarnya sudut tumpuan menyatakan besarnya sudut bidang dua.

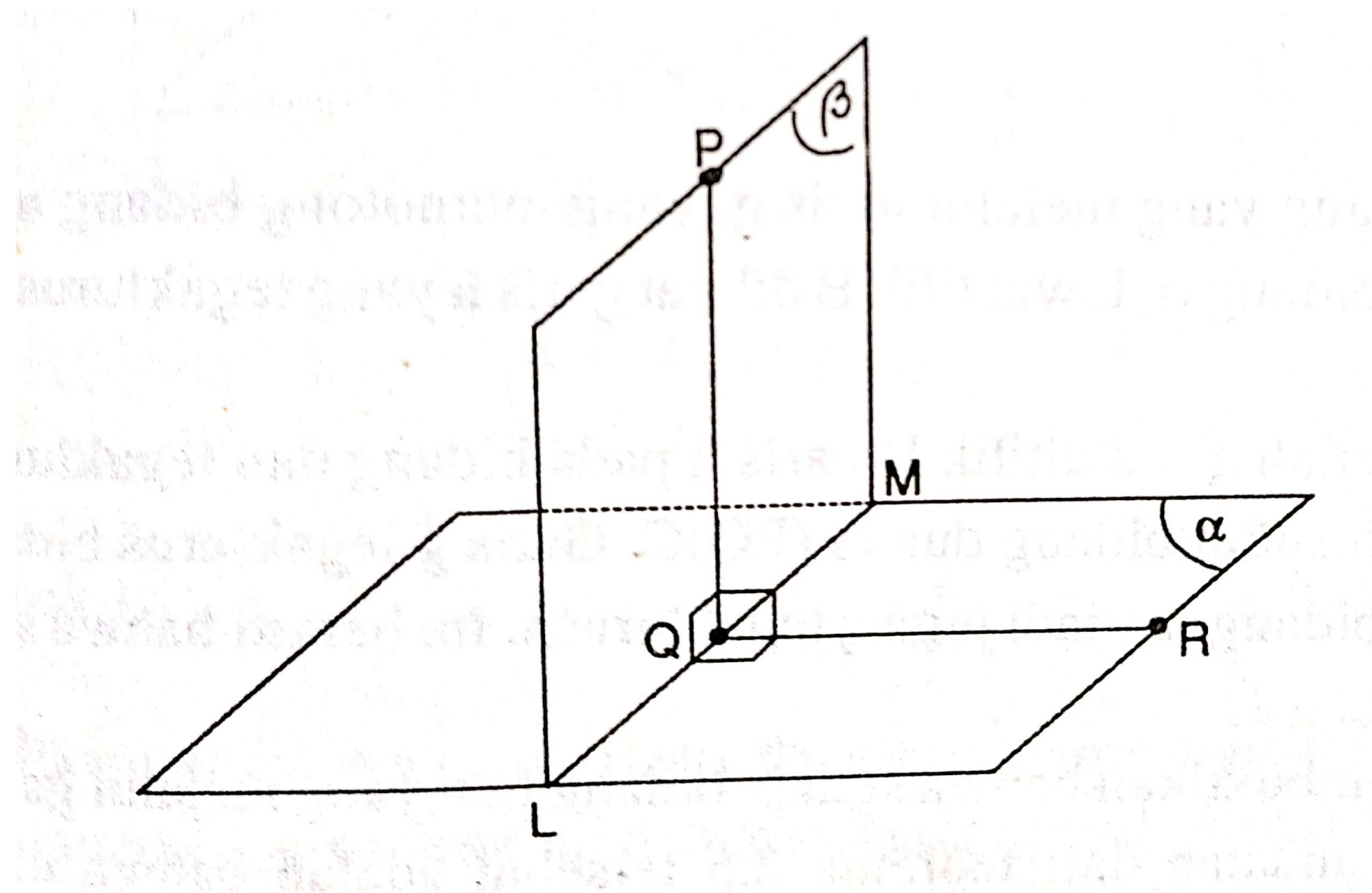
Perhatikan gambar disamping, bidang α dan bidang β adalah sisi-sisi sudut dua bidang, sedangkan garis (α, β) adalah rusuk. Bidang γ adalah bidang tumpuan, sehingga sudut tumpuan adalah sudut BAC yang menyatakan besarnya sudut antara bidang α dan bidang β .



Dua Bidang Tegak Lurus

Definisi.

Dua bidang dikatakan tegak lurus satu sama lain jika sudut tumpuan siku-siku.



- **Teorema 30.** Jika suatu garis tegak lurus pada suatu bidang, maka setiap bidang yang melalui garis itu tegak lurus bidang tersebut. Dengan kata lain, dua bidang tegak lurus, bila salah satu diantara kedua bidang itu mempunyai garis yang tegak lurus pada bidang yang lainnya.
- **Teorema 31.** Jika dua bidang tegak lurus sesamanya, pada bidang yang satu di tarik garis yang tegak lurus pada garis potong kedua bidang, maka garis itu tegak lurus bidang satunya.
- **Teorema 32.** Jika dua bidang tegak lurus sesamanya, melalui suatu titik pada salah satu bidang di tarik garis yang tegak lurus pada bidang yang lain, maka garis itu terletak pada bidang pertama.
- **Teorema 33.** Jika dua bidang berpotongan, keduanya tegak lurus pada bidang ke tiga, maka garis potong kedua bidang tegak lurus bidang ke tiga.

LATIHAN

1. Diketahui kubus ABCD.EFGH, tentukan sudut antara CH dan bidang EFGH
2. Dalam balok dengan bidang alas ABCD dan rusuk-rusuk tegaknya AE, BF, CG dan DH, buktikan bahwa EH tegak lurus bidang CDHG
3. Buktikanlah bahwa jika garis g sejajar dengan sebuah bidang α , maka proyeksi garis g pada bidang α , yaitu garis g_1 akan sejajar dengan garis g .
4. Dalam sebuah kubus ABCD.EFGH, diketahui bahwa rusuknya 6 cm. Tunjukkan dan hitunglah jarak antara :
 - a. Titik C dan titik H
 - b. Titik B dan diagonal CF
 - c. Titik E dan bidang diagonal ADGF
 - d. Diagonal-diagonal sisi AB dan GH
 - e. Bidang ABFE dan bidang CDHG
 - f. Lukis dan tentukan jarak antara rusuk AE dan diagonal ruang DF.
5. Pada kubus ABCD.EFGH. Lukis sudut tumpuan antara bidang DEG dan bidang EFGH

TERIMAKASIH
SELAMAT BELAJAR