

Dosen Pengampu :

- **Dr. Sri Hastuti Noer, M. Pd**
- **Mella Triana, S. Pd, M. Pd**

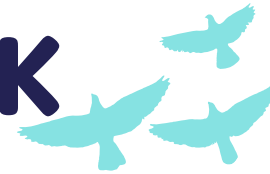
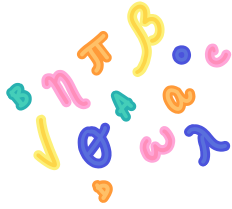


STATISTIKA

KELOMPOK 5



UKURAN GEJALA PUSAT DAN UKURAN LETAK



Anggota

01

Septiyana Komala Sari

02

Desta Amelia Sari

03

Nisa Nurmala

04

Fiko Ferdiansyah



Ukuran Gejala Pusat



Ukuran Gejala Pusat Data

Secara umum, ukuran pemusatan adalah ukuran statistik yang menentukan nilai tunggal yang secara akurat menggambarkan pusat distribusi dan mewakili seluruh distribusi skor. Mengidentifikasi ukuran pemusatan memungkinkan para peneliti untuk meringkas atau menyingkat satu set data yang besar menjadi satu nilai tunggal.



Dengan demikian, ukuran pemusatan berfungsi sebagai statistik deskriptif karena memungkinkan peneliti untuk menggambarkan atau menyajikan satu set data dalam bentuk yang lebih sederhana. Selain itu, sangat dimungkinkan untuk membandingkan dua (atau lebih) set data dengan hanya membandingkan ukuran pemusatan masing-masing set data.

Ukuran pemusatan yang sering digunakan dalam statistika antara lain mean (rata-rata hitung), median (nilai tengah), modus (nilai yang paling sering muncul), rata-rata geometris, dan rata-rata harmonis.

The background is a solid purple color. It is decorated with numerous small, white, four-pointed stars scattered across the surface. A large, light purple, wavy shape, resembling a stylized mountain range or a series of connected arches, is positioned in the lower half of the image. The word "Mean" is written in a large, white, rounded, sans-serif font with a thin black outline, centered horizontally and partially overlapping the wavy shape.

Mean



Mean

Secara konseptual, mean dapat didefinisikan dengan cara-cara berikut:

- a. Jumlah yang diterima setiap individu ketika total kuantitas dibagi rata di antara semua n individu.
- b. Titik keseimbangan dari distribusi karena jumlah jarak di bawah rata-rata persis sama dengan jumlah jarak di atas rata-rata.

Karena mean mengasumsikan adanya kesamaan interval, maka mean digunakan untuk data yang memiliki skala rasio atau interval, bukan untuk data berskala nominal dan ordinal. Simbol dari mean untuk data yang berasal dari populasi adalah μ dan untuk data yang berasal dari sampel adalah $\bar{x}$.



Karena perhitungan mean melibatkan setiap skor dalam distribusi, maka mengubah nilai skor apa pun akan mengubah nilai meannya. Jika sebuah nilai konstan ditambahkan atau dikurangkan ke setiap skor dalam distribusi, maka nilai mean juga akan bertambah atau berkurang sebesar nilai konstan tersebut. Jika setiap skor dikalikan atau dibagi dengan sebuah nilai konstan, maka nilai meannya juga dikalikan atau dibagi dengan nilai konstan yang sama.

Mencari Mean Data Tunggal

a. Mencari mean untuk data tunggal

Untuk data tunggal, prosedur menentukan nilai mean adalah sebagai berikut:

- 1) Jika terdapat sekumpulan data $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ maka nilai mean dari data tersebut adalah

$$\bar{x} = \frac{\text{jumlah semua data}}{\text{banyaknya data}} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

$$\begin{aligned} \sum x_i &= \text{jumlah semua data} \\ n &= \text{banyaknya data} \\ \bar{x} &= \text{rata - rata} \end{aligned}$$

Contoh:

Tentukan nilai mean dari 5, 8, 9, 6, 6, 2!

Penyelesaian:

$$\sum x_i = 5 + 8 + 9 + 6 + 6 + 2 = 36$$

$$n = 6$$

$$\frac{\sum x_i}{n} = \frac{36}{6} = 6$$

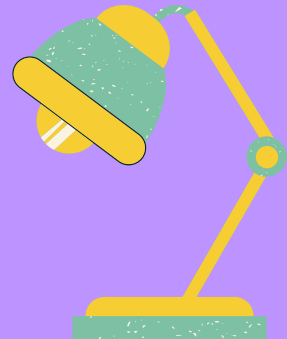
- 2) Jika terdapat sekumpulan data $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ di mana masing-masing data muncul sebanyak $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$ kali, maka nilai mean dari data tersebut adalah

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + f_3 x_3 + \dots + f_n x_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n}$$

- 3) Jika diketahui beberapa set data yang memiliki mean $\bar{x}$, $\bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n$ dengan masing-masing frekuensi $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$, maka nilai meangabungannya adalah

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum f_i \bar{x}_i}{n} = \frac{f_1 \bar{x}_1 + f_2 \bar{x}_2 + f_3 \bar{x}_3 + \dots + f_n \bar{x}_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n}$$

$\sum x_i$ = jumlah semua data
 n = banyaknya data
 f_n = frekuensi data ke-n
 $\bar{x}$ = rata – rata



Contoh

Diketahui nilai rerata UAS siswa kelas A adalah 8 dan siswa kelas B adalah 8,5. Jika banyak siswa kelas A adalah 20 orang dan kelas B adalah 16 orang, maka tentukan nilai rerata UAS matematika kedua kelas tersebut!

Penyelesaian:

Diketahui $f_1 = 20$, $f_2 = 16$, $\bar{x}_1 = 8$, $\bar{x}_2 = 8,5$

$$\sum f_i \bar{x}_i = f_1 \bar{x}_1 + f_2 \bar{x}_2$$

$$= 20(8) + 16(8,5)$$

$$= 160 + 136 = 296$$

$$n = f_1 + f_2 = 20 + 16 = 36$$

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i \bar{x}_i}{n} = \frac{296}{36} = 8,222$$

Jadi, nilai rerata UAS matematika kedua kelas tersebut adalah 8,222.



Mencari Mean Data Berkelompok

Untuk menghitung mean data berkelompok, terdapat 3 metode yang dapat digunakan, yaitu metode biasa, metode simpangan rata-rata dan metode *coding*.

1) Metode Biasa

Rumus yang digunakan untuk menghitung mean data berkelompok dengan menggunakan metode biasa adalah

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n}$$

Dengan f_i adalah frekuensi kelas ke i dan x_i adalah nilai tengah kelas ke i .

Contoh

Tentukan mean dari tabel distribusi frekuensi hasil belajar sains berikut.

Tabel 1 Data hasil belajar sains

Interval	Frekuensi
51 – 60	10
61 – 70	18
71 – 80	32
81 – 90	24
91 - 100	16
Jumlah	100



Tabel bantu menghitung mean dengan metode biasa

Interval	Frekuensi (f_i)	x_i	$f_i x_i$
51 – 60	10	55,5	555
61 – 70	18	65,5	1179
71 – 80	32	75,5	2416
81 – 90	24	85,5	2052
91 - 100	16	95,5	1528
Jumlah	100		7730

Dengan menggunakan Rumus diperoleh

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{7730}{100} = 77,3$$

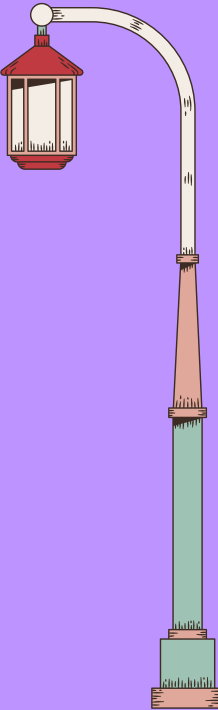
Jadi, mean hasil belajar sains adalah 77,3.

2) Metode simpangan rata-rata

Rumus yang digunakan untuk mencari mean data berkelompok dengan metode simpangan rata-rata adalah sebagai berikut

$$\bar{x} = M + \frac{\sum f_i d_i}{n}$$

dengan M adalah rata-rata sementara, di mana kita memilih nilai tengah salah satu kelas dan d_i adalah nilai tengah kelas interval dikurangi M ($d_i = x_i - M$).



Contoh

Tentukan mean dari tabel distribusi frekuensi hasil belajar sains berikut.

Tabel 1 Data hasil belajar sains

Interval	Frekuensi
51 – 60	10
61 – 70	18
71 – 80	32
81 – 90	24
91 - 100	16
Jumlah	100



Contoh

Tabel bantu menghitung mean dengan metode simpangan rata-rata

Interval	Frekuensi (f_i)	x_i	$d_i = x_i - M$	$f_i d_i$
51 – 60	10	55,5	-20	-200
61 – 70	18	65,5	-10	-180
71 – 80	32	75,5	0	0
81 – 90	24	85,5	10	240
91 - 100	16	95,5	20	320
Jumlah	100			180

Pertama kita menentukan nilai M .

Misalkan kita memilih kelas interval 71 – 80, maka nilai M yang kita gunakan adalah 75,5. Selanjutnya, kita dapat membuat tabel bantu yang memuat perhitungan nilai d_i seperti yang ditunjukkan pada Tabel di samping.

Dengan menggunakan Rumus diperoleh

$$\bar{x} = M + \frac{\sum f_i d_i}{n} = 75,5 + \frac{180}{100} = 77,3$$

Jadi, mean hasil belajar sains adalah 77,3.

3) Metode *coding* (simpangan rata-rata)

Rumus yang digunakan untuk menghitung mean data berkelompok dengan menggunakan metode *coding* adalah

$$\bar{x} = M + \frac{\sum f_i \mu_i}{n} \times p$$

Dengan M adalah mean sementara, p adalah panjang interval kelas, dan μ_i kode kelas ke i yang diperoleh dengan rumus

$$\mu_i = \frac{x_i - M}{p}$$

Contoh

Tentukan mean dari tabel distribusi frekuensi hasil belajar sains berikut.

Tabel 1 Data hasil belajar sains

Interval	Frekuensi
51 – 60	10
61 – 70	18
71 – 80	32
81 – 90	24
91 - 100	16
Jumlah	100



Contoh

Misalkan pada contoh ini kita mengambil nilai M dari kelas interval 81 – 90, yaitu $M = 85,5$. Diketahui bahwa panjang interval kelas adalah $p = 10$.

Selanjutnya, kita dapat membuat tabel bantu yang memuat perhitungan nilai

Tabel bantu menghitung mean dengan metode simpangan rata-rata

Interval	f_i	x_i	$\frac{x_i - M}{p}$	$f_i u_i$
51 – 60	10	55,5	-3	-30
61 – 70	18	65,5	-2	-36
71 – 80	32	75,5	-1	-32
81 – 90	24	85,5	0	0
91 - 100	16	95,5	1	16
Jumlah	100			-82

Dengan menggunakan Rumus diperoleh

$$\begin{aligned}\bar{x} &= M + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times p = 85,5 + \frac{-82}{100} \times 10 \\ &= 85,5 - 8,2 = 77,3\end{aligned}$$

Jadi, mean hasil belajar sains dengan metode *coding* adalah 77,3.

The background is a solid purple color. It is decorated with numerous small, white, four-pointed stars and small green dots scattered across the surface. A large, light purple, wavy shape, resembling a stylized mountain range or a liquid splash, is positioned behind the central text.

Median

Median

Median (nilai tengah) adalah nilai yang menempati posisi tengah ketika semua skor pengamatan disusun dalam urutan naik/turun. Median membagi distribusi frekuensi tepat menjadi dua bagian. Lima puluh persen pengamatan dalam distribusi memiliki skor di bawah median dan selebihnya di atas median.

Median juga dikenal sebagai “rata-rata posisi”.

Median Data Tunggal

Untuk menentukan median dari suatu data tunggal, secara umum langkah- langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut.

- Mengurutkan data dari datum terkecil ke datum terbesar.
- Menentukan nilai median berdasarkan banyak datum (n).

Jika banyak data (n) ganjil maka mediannya adalah nilai yang berada tepat di tengah gugus data.

$$M = \frac{x_n + 1}{2}$$

Jika banyak data (n) genap maka mediannya adalah rata-rata dari dua nilai data yang berada di tengah gugus data.

$$M = \frac{\frac{x_n}{2} + \frac{x_{n+2}}{2}}{2}$$

Median Data Kelompok

Untuk data berkelompok, maka langkah-langkah yang kita lakukan adalah

- Tentukan letak nilai tengah dengan menggunakan rumus

$$i = \frac{n + 1}{2}$$

- Tentukan kelas yang memuat nilai tengah.
- Tentukan tepi bawah kelas median (b).
- Tentukan panjang interval kelas (p).
- Tentukan frekuensi kumulatif sebelum kelas median (F_k).
- Tentukan nilai median dengan menggunakan rumus

$$M = b + \frac{\frac{1}{2}n - F_k}{f_m} \times p$$

Dimana f_m adalah frekuensi kelas median.



Contoh soal

Tabel nilai ujian statistika

Nilai Ujian	Frekuensi (f)
31 - 40	11
41 - 50	12
51 - 60	15
61 - 70	25
71 - 80	35
81 - 90	30
91 - 100	22
Jumlah	150

Penyelesaian:

Tentukan letak nilai tengahnya, nilai tengahnya adalah

$$i = \frac{n + 1}{2} = \frac{150 + 1}{2} = 75,5$$

Karena ukuran data yang cukup besar, kita dapat menggunakan tabel bantu untuk mendata urutan datum setiap kelas.

Tabel bantu median

Nilai Ujian	Frekuensi (f)	Data ke-
31 - 40	11	1 – 11
41 - 50	12	12 – 23
51 - 60	15	24 – 38
61 - 70	25	39 – 63
71 - 80	35	64 – 98
81 - 90	30	99 – 128
91 - 100	22	129 – 150
Jumlah	150	

sehingga dengan rumus, nilai mediannya yaitu :

$$M = b + \frac{\frac{1}{2}n - F_k}{f_m} \times p$$

$$M = 70,5 + \frac{\frac{1}{2}(150) - 63}{35} \times 10$$

Karena 75,5 terletak pada kelas yang memuat data ke 64 – 98, maka kelas yang memuat median adalah kelas 71 – 80.

Tepi bawah kelas median adalah $b = 71 - 0,5 = 70,5$.

Panjang interval kelas $p = 10$.

Frekuensi kumulatif kelas sebelum kelas median adalah $F_k = 11 + 12 + 15 + 25 = 63$.

Frekuensi kelas median $f_m = 35$,

$$M = 70,5 + \frac{75 - 63}{35} \times 10$$

$$M = 70,5 + \frac{12}{35} \times 10$$

$$M = 70,5 + 3,43 = 73,93$$

Jadi, median dari nilai statistika adalah 73,93.

The background is a solid purple color. It is decorated with numerous small, white, four-pointed stars and small green dots scattered across the surface. A large, light purple, wavy shape, resembling a stylized mountain range or a liquid splash, is positioned behind the central text.

Modus

Modus

Modus (dilambangkan dengan Mo) didefinisikan sebagai nilai yang paling sering muncul atau memiliki frekuensi tertinggi dalam data. Suatu data dapat memiliki nilai modus tunggal, lebih dari satu, atau tidak memiliki modus sama sekali. Modus tunggal terjadi apabila satu set data hanya memiliki satu nilai dengan frekuensi tertinggi. Data seperti ini dikenal dengan unimodal. Suatu data dapat memiliki lebih dari satu modus jika nilai yang memiliki frekuensi tertinggi lebih dari satu, namun tidak seluruhnya. Data seperti ini dikenal dengan bimodal (jika memiliki dua modus) dan multimodal (jika memiliki lebih dari dua modus). Data yang memiliki frekuensi yang sama untuk semua nilai datum dikatakan tidak memiliki modus. Data seperti ini kita sebut sebagai seragam (uniform).

Modus Data Tunggal

Untuk menentukan modus data tunggal, kita dapat mengurutkan data, kemudian mencatat frekuensi untuk masing-masing nilai. Nilai dengan frekuensi tertinggi akan menjadi modusnya.



Contoh

Tentukan modus dari data-data berikut!

- a) 1, 2, 3, 3, 3, 4, 5, 5
- b) 1, 2, 1, 3, 2, 5, 3
- c) 1, 2, 4, 5, 3, 2, 3, 4, 5, 1

Penyelesaian

- a) Kita lihat bahwa data telah terurut dan nilai yang paling sering muncul adalah 3 (sebanyak 3 kali), sehingga modus dari 1, 2, 3, 3, 3, 4, 5, 5 adalah 3.
- b) Kita urutkan data terlebih dahulu sehingga diperoleh data terurut 1, 1, 2, 2, 3, 3, 5. Karena nilai 1, 2, dan 3, masing-masing muncul sebanyak 2 kali sedangkan nilai 5 hanya 1 kali, maka modus dari data 1, 2, 1, 3, 2, 5, 3 adalah 1, 2, dan 3.
- c) Kita urutkan data terlebih dahulu sehingga diperoleh 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5.

Karena seluruh nilai muncul sebanyak 2 kali, maka data yang dimaksud tidak memiliki modus.



Modus Data Berkelompok

Untuk data berkelompok, maka langkah-langkah yang kita lakukan adalah

- a) Tentukan kelas dengan frekuensi terbesar sebagai kelas modus.
- b) Tentukan tepi bawah kelas modus (b).
- c) Tentukan selisih frekuensi kelas modus dengan kelas sebelumnya (d_1).
- d) Tentukan selisih frekuensi kelas modus dengan kelas setelahnya (d_2).
- e) Tentukan panjang interval kelas (p).
- f) Tentukan nilai modus dengan menggunakan rumus

$$Mo = b + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times p$$



Tabel nilai ujian statistik

Nilai Ujian	Frekuensi (f)
31 - 40	11
41 - 50	12
51 - 60	15
61 - 70	25
71 - 80	35
81 - 90	30
91 - 100	22
Jumlah	150

Tentukan modus dari nilai ujian statistik siswa berikut.

Penyelesaian:

Kelas modus pada data Tabel 6 adalah kelas interval 71 – 80. Sehingga tepibawah kelas modusnya adalah

$$b = 71 - 0,5 = 70,5.$$

$$d_1 = 35 - 25 = 10$$

$$d_2 = 35 - 30 = 5$$

Panjang interval $p = 10$

Kita mencari nilai modus dengan menggunakan Rumus

$$Mo = b + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times p$$

$$Mo = 70,5 + \frac{10}{10 + 5} \times 10$$

$$Mo = 70,5 + \frac{10}{15} \times 10$$

$$Mo = 70,5 + 6,67 = 77,17$$

Jadi, modus dari data nilai statistik siswa adalah 77,17.

Rata-Rata Geometris

Rata-Rata Geometris

Pada saat kita memiliki dua buah set data, di mana saat kita urutkan dan bandingkan masing-masing datum hasil yang diperoleh adalah sama atau hampir sama, maka rata-rata geometris akan lebih baik dalam membandingkan kedua set data tersebut. Seperti ukuran pemusatan data sebelumnya, kita dapat menentukan rata-rata geometris dari data tunggal maupun data berkelompok.



Rata-Rata Geometris Data Tunggal

Misalkan kita memiliki data $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, maka kita dapat menentukan rata-rata geometrisnya dengan menggunakan rumus.

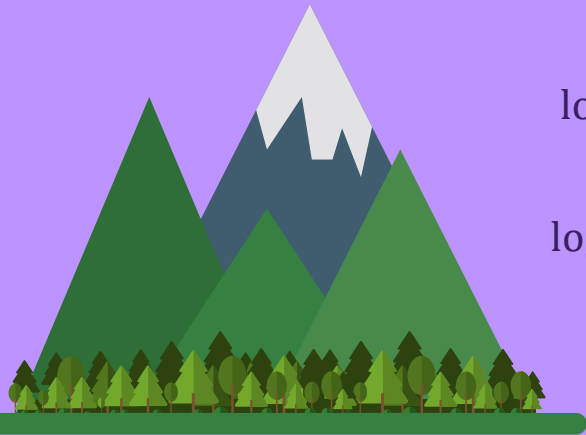
$$G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n}$$

Jika kita menarik nilai logaritma dari kedua ruas persamaan diatas, maka diperoleh

$$\log G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n}$$

$$\log G = \log(x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n)^{\frac{1}{n}}$$

$$\log G = \frac{1}{n} \log(x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n)$$



Tentukan rata-rata geometris dari 10, 20, 50, 8, 40!

Penyelesaian:

Cara I

$$n = 5$$

Dengan menggunakan rumus diperoleh

$$G = \sqrt[5]{10 \cdot 20 \cdot 50 \cdot 8 \cdot 40}$$

$$G = \sqrt[5]{3200000}$$

$$G = 20$$



Cara II:

$$\log G = \frac{1}{5} (\log 10 + \log 20 + \log 50 + \log 8 + \log 40)$$

$$\log G = \frac{1}{5} (1 + 1,301 + 1,699 + 0,903 + 1,602)$$

$$\log G = \frac{1}{5} (6,505)$$

$$\log G = 1,301$$

$$G = 10^{1,301} = 20$$

Jadi, rata-rata geometris dari 10, 20, 50, 8, 40 adalah 20.

Rata-Rata Geometris Data Berkelompok

Kita dapat menentukan rata-rata geometris data berkelompok dengan menggunakan rumus

$$\log G = \frac{\sum(f_i \log x_i)}{n}$$



Contoh

Tentukan rata-rata geometris dari tabel distribusi frekuensi berikut.

Tabel 7 Tabel distribusi frekuensi

Nilai	Frekuensi (f)
71 - 75	3
76 - 80	12
81 - 85	36
86 - 90	18
91 - 95	6
96 - 100	2
Jumlah	77

Untuk memudahkan perhitungan, maka kita dapat menggunakan tabel bantu untuk mencari nilai tengah dan nilai logaritma nya.



Tabel bantu rata-rata geometris

Nilai	f_i	Nilai tengah (x_i)	$\log x_i$	$f_i \log x_i$
71 - 75	3	73	1,8633	5,5899
76 - 80	12	78	1,8921	22,7052
81 - 85	36	83	1,9191	69,0876
86 - 90	18	88	1,9445	35,001
91 - 95	6	93	1,9685	11,811
96 - 100	2	98	1,9112	3,8224
Jumlah	77			148,0171
				1

Dengan menggunakan Rumus nilai rata-rata geometrisnya adalah

$$\log G = \frac{148,0171}{77} = 1,9223$$

$$G = 10^{1,9223} = 83,618$$

Jadi, nilai rata-rata geometrisnya adalah 83,618.

Dalam beberapa kasus, di mana suatu kuantitas bertumbuh secara eksponen atau majemuk terhadap satuan waktu tertentu, seperti amoeba, penduduk, dan suku bunga, kita dapat menentukan pertumbuhan rata-rata dengan menggunakan rumus berikut.

$$P_t = P_0 \left(1 + \frac{\bar{x}}{100}\right)^t$$

Dimana P_t adalah kondisi atau kuantitas akhir, P_0 adalah kondisi atau kuantitas awal, $\bar{x}$ adalah rerata pertumbuhan dan t adalah kuantitas waktu yang digunakan.

Contoh

Diketahui jumlah bakteri adalah 10 ribu pada 1 Januari 2020 dan 270 ribu pada 31 Maret 2020. Tentukan laju rata-rata pertumbuhan bakteri tersebut!

Penyelesaian:

Diketahui:

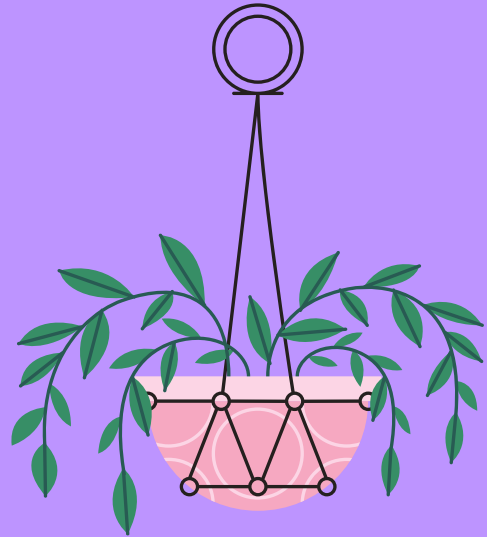
$P_t = 270$ (dalam ribu)

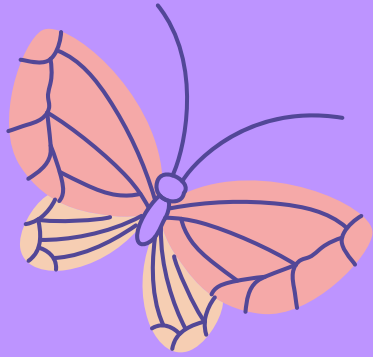
$P_0 = 10$ (dalam ribu)

$t = 3$ (dalam bulan)

Laju rata-rata pertumbuhan dapat dicari dengan rumus

$$P_t = P_0 \left(1 + \frac{\bar{x}}{100}\right)^t$$





$$270 = 10\left(1 + \frac{\bar{x}}{100}\right)^3$$

$$27 = \left(1 + \frac{\bar{x}}{100}\right)^3$$

$$\sqrt[3]{27} = 1 + \frac{\bar{x}}{100}$$

$$3 = 1 + \frac{\bar{x}}{100}$$

$$2 = \frac{\bar{x}}{100}$$

$$\bar{x} = 200$$

Jadi, laju rata-rata pertumbuhan bakteri itu adalah 200 ribu organisme per bulan.

Rata-Rata Harmonis

Rata-Rata Harmonis

Rata-rata harmonis adalah ukuran lain dari ukuran pemusatan yang juga berguna untuk data kuantitatif. Rata-rata harmonis didefinisikan sebagai hasil bagi dari “banyak nilai yang diberikan” dan “jumlah kebalikan dari nilai yang diberikan”. Cara lain untuk mendefinisikan rata-rata harmonis adalah sebagai kebalikan dari rata-rata aritmatika (mean) dari kebalikan dari pengamatan.

Kriteria paling penting untuk rata-rata harmonis adalah bahwa tidak ada pengamatan yang bernilai nol. Rata-rata harmonis digunakan dalam rata-rata rasio. Contoh rasio yang paling umum adalah kecepatan dan waktu, biaya dan satuan material, serta pekerjaan dan waktu.



Rata-Rata Harmonis Data Tunggal

Misal diberikan data $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, maka rata-rata harmonisnya (RH) dapat dicari dengan menggunakan rumus:

$$RH = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$



Contoh

Tentukan rata-rata harmonis dari data 1, 2, 3, 3, 5, 8

Penyelesaian:

Dengan menggunakan Rumus, kita dapat menentukan rata-rata harmonis sebagai berikut.

$$RH = \frac{6}{\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{8}} = \frac{6}{\frac{299}{120}} = \frac{6 \times 120}{299} = 2,41$$

Jadi, rata-rata harmonis dari 1, 2, 3, 3, 5, 8 adalah 2,41.



Rata-Rata Harmonis Data Berkelompok

Kita dapat menentukan rata-rata harmonis data berkelompok dengan menggunakan rumus berikut.

$$RH = \frac{n}{\sum \frac{f_i}{x_i}}$$



Tabel distribusi frekuensi

Nilai			Frekuensi (f)
71	-	75	3
76	-	80	12
81	-	85	36
86	-	90	18
91	-	95	6
96	-	100	2
Jumlah			77

Dengan menggunakan rumus, rata-rata harmonisnya adalah

$$RH = \frac{n}{\sum \frac{f_i}{x_i}} = \frac{77}{0,918} = 83,878$$

Jadi, rata-rata harmonisnya adalah 83,878

Penyelesaian:

Untuk memudahkan perhitungan, maka kita dapat menggunakan tabel bantu untuk mencari nilai tengah dan rasio antara frekuensi dan nilai tengahnya.

Tabel bantu rata-rata harmonis

Nilai	f_i	x_i	f/x_i
71 - 75	3	73	0,0411
76 - 80	12	78	0,1538
81 - 85	36	83	0,4337
86 - 90	18	88	0,2045
91 - 95	6	93	0,0645
96 - 100	2	98	0,0204
Jumlah	77		0,918



Sifat-Sifat Mean, Median, dan Modus

Sifat-Sifat Mean

- a) Mean merupakan ukuran pemusatan paling popular.
- b) Mean ditentukan oleh hasil pengukuran atau pengamatan.
- c) Jika sebuah nilai konstan ditambahkan atau dikurangkan ke setiap skor dalam distribusi, maka nilai mean juga akan bertambah atau berkurang sebesar nilai konstan tersebut. Jika setiap skor dikalikan atau dibagi dengan sebuah nilai konstan, maka nilai meannya juga dikalikan atau dibagi dengan nilai konstan yang sama.
- d) Mean tidak tepat untuk menjadi ukuran pemusatan dari data berskala nominal dan ordinal. Dengan demikian, mean tidak selalu berfungsi sebagai ukuran pemusatan dan perlu untuk menggunakan prosedur alternatif yang tersedia.
- e) Ketika suatu distribusi mengandung beberapa skor ekstrem (atau sangat miring), nilai mean akan ditarik ke arah ekstrem (bergeser ke arah ekor). Dalam hal ini, mean tidak akan memberikan nilai “pusat”.
- f) Mean tidak dapat ditentukan pada data yang memiliki selang terbuka.

Sifat-Sifat Median

- Mudah untuk dihitung dan dipahami.
- Median dapat digunakan sebagai ukuran pemusatan untuk data berskala rasio, interval, dan ordinal.
- Median dipengaruhi oleh banyaknya observasi atau pengamatan.
- Median tidak dipengaruhi oleh nilai pengamatan, sehingga nilai median tidak dipengaruhi oleh bilangan-bilangan ekstrem. Dengan demikian, median cenderung untuk tetap berada di “pusat” distribusi bahkan ketika ada beberapa skor ekstrim atau ketika distribusi sangat miring. Dalam situasi ini, median berfungsi sebagai alternatif yang baik untuk rata-rata.
- Median tidak memperhitungkan nilai eksak dari setiap pengamatan. Oleh sebab itu, median tidak menggunakan semua informasi yang tersedia dalam data.
- Tidak seperti mean, median tidak dapat menerima perhitungan matematis lebih lanjut dan karenanya tidak banyak digunakan dalam uji statistik lanjut.
- Jika kita menyatukan pengamatan dari dua kelompok, median dari kelompok bersama tersebut tidak dapat dinyatakan dengan median kelompok asal masing-masing.

Sifat-Sifat Modus

- Modus adalah satu-satunya ukuran pemusatan yang dapat menggambarkan data dengan skala nominal.
- Modus dapat dihitung dengan mudah.
- Modus sering digunakan sebagai ukuran tambahan dari ukuran pemusatan yang dilaporkan bersama dengan mean atau median.
- Modus tidak digunakan dalam analisis statistik karena tidak didefinisikan secara aljabar dan fluktuasi dalam frekuensi pengamatan akan lebih besar ketika ukuran sampel kecil.
- Banyaknya modus suatu data tergantung pada hasil pengamatan atau pengukuran. Suatu data dapat memiliki satu modus, lebih dari satu modus, atau bahkan tidak memiliki modus sama sekali.
- Modus tidak terpengaruh oleh nilai ekstrem.



Hubungan antara Mean, Rata-Rata Geometris, dan Rata-Rata Harmonis



Nilai mean, rata-rata geometris, dan rata-rata harmonis dari suatu data $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ selalu akan memenuhi pertidaksamaan:

$$RH \leq G \leq \bar{x}$$

Tanda kesamaan akan terjadi saat

$$x_1 = x_2 = x_3 = \dots = x_n.$$

Hubungan antara Mean, Median, dan Modus

Karena mean, median, dan modus semuanya merupakan ukuran pemusatan, ketiga ukuran tersebut seringkali terkait secara sistematis satu sama lain. Beberapa hubungan antara mean, median, dan modus dapat dijelaskan sebagai berikut.

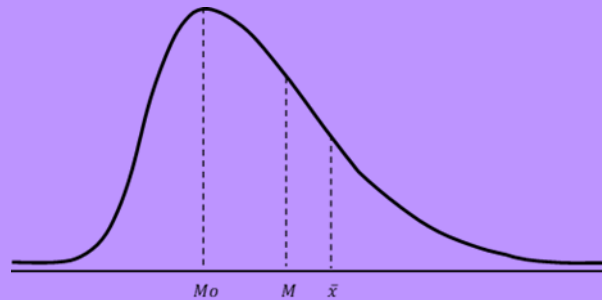
- Jika nilai mean, median, dan modus tidak jauh satu dengan yang lainnya, maka kurvanya akan menyerupai bentuk lonceng yang simetris terhadap titik tengahnya.

Bentuk kurva simetris sempurna terbentuk apabila
mean = median = modus seperti yang terlihat pada Gambar

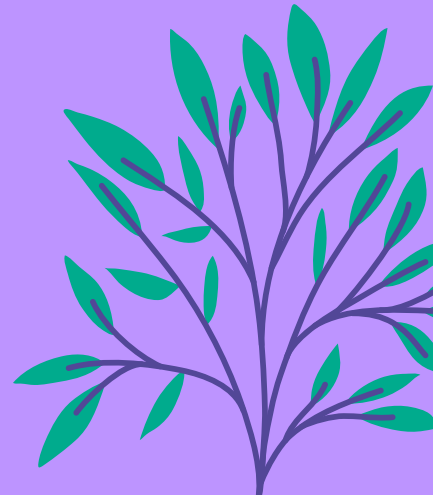


Kurva simetris

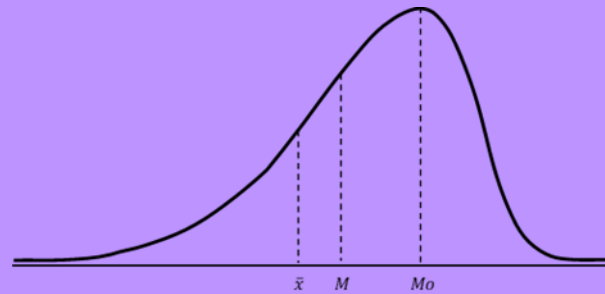
- Jika $\text{mean} > \text{median} > \text{modus}$, maka kurva distribusi akan mencong ke kanan (ekor memanjang ke sumbu x positif). Oleh sebab itu disebut kecondongan positif seperti yang terlihat pada gambar



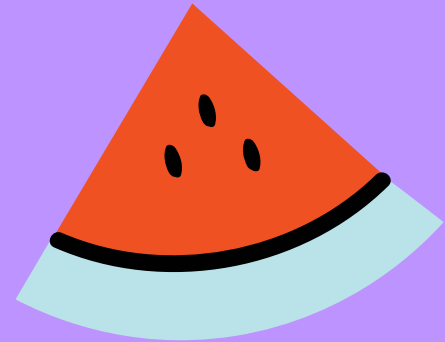
Kurva asimetris (kecondongan positif)



- Jika $\text{mean} < \text{median} < \text{modus}$, maka kurva distribusi akan mencong ke kiri (ekor memanjang ke sumbu x negatif). Oleh sebab itu disebut kecondongan negatif.



Kurva asimetris (kecondongan negatif)



Untuk distribusi yang hampir simetris (tidak terlalu menceng), maka hubungan nilai mean, median, dan modus adalah

$$\bar{x} - Mo = 3(\bar{x} - M) \text{ atau } Mo = 3M - 2\bar{x}$$

Dimana

Mo = modus

M = median

$\bar{x}$ = mean



Contoh

Andaikan untuk suatu distribusi mendekati kurva simetris memiliki nilai mean 65 dan modus 66,2. Tentukan mediannya!

Penyelesaian:

Kita dapat menggunakan Rumus $\bar{x} - Mo = 3(\bar{x} - M)$

atau $Mo = 3M - 2\bar{x}$

$$Mo = 3M - 2\bar{x}$$

$$66,2 = 3M - 2(65)$$

$$3M = 66,2 + 130$$

$$3M = 196,2$$

$$M = 65,4$$

Jadi, nilai mediannya adalah 65,4.





Ukuran Letak

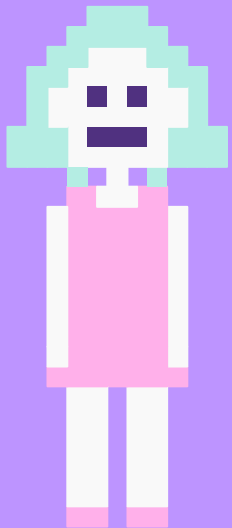
Ukuran Letak

Ukuran letak adalah ukuran yang menunjukkan pada bagian mana data tersebut terletak pada suatu data distribusi. Ukuran letak sendiri dapat ditentukan dengan kuartil, desil, dan persentil.

▪

1. Kuartil

Kuartil adalah nilai yang memisahkan data menjadi 4 bagian yang sama, dengan besar tiap-tiap 25% dalam distribusi frekuensi. Untuk menentukan batas 25 persen distribusi tersebut dalam statistika dikenal ada 3 nilai kuartil, yakni kuartil 1 (K_1), kuartil 2 (K_2), dan kuartil 3 (K_3).



Langkah-langkah menentukan kuartil

- Susun data menurut urutan nilainya. Tentukan letak kuartil.

$$K_i = \frac{i(n+1)}{4}$$

Letak K_i = data ke...
Dengan $i = 1, 2, 3$

- Tentukan nilai kuartil.

Data tunggal dengan seluruh skornya berfrekuensi satu dan data tunggal sebagian atau seluruh skornya berfrekuensi lebih dari satu.



Contoh :

Data pendapatan 10 penjual bakso di Jln. Pramuka tahun 2021 sebagai berikut (jutaan rupiah). Tentukan nilai kuartil 1!

15 12 16 10 11 9 8 12 13 11

Penyelesaian :

Susun data berikut dari urutan terkecil ke terbesar.

8 9 10 11 11 12 13 15 16

Cari letak kuartilnya dan nilainya.

$$\text{Letak } K_1 \quad K_1 = \frac{1(n+1)}{4} = K_1 = \frac{1(10+1)}{4} = \frac{11}{4} = 2.7$$

Dan nilai

$$K_1 = \text{Data kedua} + 0.75(\text{data ketiga} - \text{data kedua})$$

$$K_1 = 9 + 0.75(10-9)$$

$$K_1 = 9.75$$



Data kelompok (dalam distribusi frekuensi) nilai kuartil dirumuskan dengan :

$$K_i = Tb \times \frac{(\frac{i}{4}n - F_k)}{f_{ki}} \times p$$

Dimana :

- $i = 1, 2, 3$

Tb = Tepi bawah kelas K_i

P = Panjang kelas K_i

F_k = jumlah frekuensi dengan tanda kelas lebih kecil dari tanda kelas K_i

f_{ki} = frekuensi kelas K_i



Contoh

Diketahui distribusi frekuensi gaji 80 buruh pabrik genting per minggu tahun 2012 (dalam ribuan rupiah) sebagai berikut. Tentukan nilai Kuartil 3!

Kelas	Frekuensi	Tepi bawah	Frekuensi kumulatif
20-24	5	19.5	5
25-29	10	24.5	15
30-34	17	29.5	32
35-39	18	34.5	50
40-44	15	39.5	65
45-49	8	44.5	73
50-54	7	49.5	80
Jumlah	80		

penyelesaian:

letak kuartil :

$$K_3 = \frac{3(80 + 1)}{4} = 60,75$$

Sehingga nilai $T_b = 39.5$

Frekuensi kumulatif = 50

Frekuensi = 15

Panjang datanya = 5

Nilai Kuartil =

$$K3 = 39.5 + \frac{60-50}{15} \cdot 5 = 42.3333$$

Jadi, nilai kuartil 3 adalah 42,3333

2. Desil

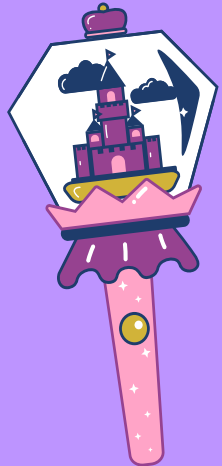
Desil adalah ukuran letak yang membagi suatu distribusi menjadi 10 bagian yang sama. Dalam statistik dikenal ada sembilan nilai desil, yakni desil 1 (D_1), desil 2 (D_2), desil 3 (D_3) dan seterusnya sampai dengan desil ke 9 atau D_9 .

Berikut langkah-langkah menentukan Desil.

- Tentukan letak desil.

$$\text{Letak } D_i = \text{data ke } Di = \frac{i(n+1)}{10}$$

Dengan $i = 1, 2, 3, \dots, 9$



- Tentukan nilai Persentil.

Data tunggal dengan seluruh skornya berfrekuensi satu dan data tunggal sebagian atau seluruh skornya berfrekuensi lebih dari satu.

Contoh:

Data pendapatan 10 penjual angkringan di Jln. Wirobrajan tahun 2012 sebagai berikut (jutaan rupiah). Tentukan nilai Desil 3!

15 12 16 10 11 9 8 12 13 11

Penyelesaian :

Susun data sesuai urutan dari kecil ke besar.

8 9 10 11 11 12 12 13 15 16

Cari letak desil dan nilai desilnya.

Letak D3

$$D3 = \frac{3(n+1)}{10} = \frac{3(10+1)}{10} = \frac{33}{10} = 3.3$$

Jadi, nilai $K_3 = 8 + 0.1(9-8) = 8.1$

Data kelompok (dalam distribusi frekuensi) Nilai desil dirumuskan dengan:

$$Di = Tb + \left(\frac{\frac{in}{10} - fk}{fDi} \right) \cdot P$$

- Dengan $i = 1, 2, 3, \dots, 9$

Di mana:

Tb : batas bawah kelas Di

P : panjang kelas Di

Fk : Jumlah frekuensi dengan tanda kelas lebih kecil dari tanda kelas Di

fDi : frekuensi kelas Di



Contoh

Diketahui distribusi frekuensi gaji 80 buruh pabrik genting per minggu tahun 2012 (dalam ribuan rupiah) sebagai berikut. Tentukan nilai Desil 5!

Kelas	Frekuensi	Tepi bawah	Frekuensi kumulatif
20-24	5	19.5	5
25-29	10	24.5	15
30-34	17	29.5	32
35-39	18	34.5	50
40-44	15	39.5	65
45-49	8	44.5	73
50-54	7	49.5	80
Jumlah	80		

Diketahui :

$$\text{Letak desil 5 : } D_5 = \frac{5(80)}{10} = 40$$

Sehingga nilai Tb = 34.5

Frekuensi kumulatif = 32

Frekuensi = 18

Panjang datanya = 5

$$\text{Nilai Desil 5: } D_5 = 29.5 + \frac{40-32}{18} \cdot 5 = 36.72$$

Jadi, nilai desil 5 = 36.72

3. Persentil

Persentil adalah ukuran letak yang membagi suatu distribusi menjadi 100 bagian yang sama besar. Dalam statistik dikenal ada 99 nilai persentil, yakni persentil 1 (P1), persentil 2 (P2), persentil ke 3 (P3), dan seterusnya sampai dengan persentil ke 99 atau P99.

Berikut langkah-langkah menentukan persentil.

- Susun data menurut urutan nilainya.

Letak P_i = data ke $P_i = \frac{i(n)}{100}$

Dengan $i = 1, 2, 3, \dots, 99$

- Tentukan nilai Persentil.

Data tunggal dengan seluruh skornya berfrekuensi satu dan data tunggal sebagian atau seluruh skornya berfrekuensi lebih dari satu.

Contoh:

Data pendapatan 10 penjual angkringan di Jln. Wirobrajan tahun 2012 sebagai berikut (jutaan rupiah). 15 12 16 10 11 9 8 12 13 11. Tentukan nilai persentil 75!

Penyelesaian

Susun data sesuai urutan dari kecil ke besar.

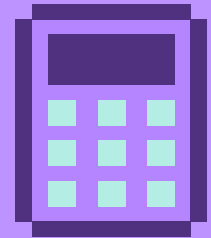
8 9 10 11 11 12 12 13 15 16

Cari letak persenti dan nilai persentilnya.

Letak P_{25}

$$P_{25} = \frac{25(n+1)}{100} = \frac{25(10+1)}{100} = \frac{275}{100} = 2.75$$

Dan nilai $P_{25} = 9 + 0.75(9 - 8) = 9.75$



Data kelompok (dalam distribusi frekuensi) Nilai persentil dirumuskan dengan:

$$P_i = Tb + \left(\frac{\frac{in}{100} - f_k}{f_{pi}} \right) \cdot P$$

Dengan $i = 1, 2, 3, \dots, 99$

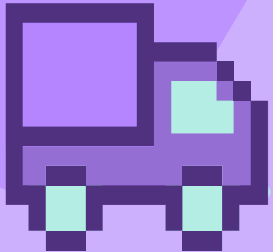
Di mana

Tb : batas bawah kelas P_i

P : panjang kelas P_i

f_k : Jumlah frekuensi dengan tanda kelas lebih kecil dari tanda kelas P_i

f_{pi} : frekuensi kelas P_i



Contoh

Diketahui distribusi frekuensi gaji 80 buruh pabrik genting per minggu tahun 2012 (dalam ribuan rupiah) sebagai berikut. Tentukan Persentil 25!

Kelas	Frekuensi	Tepi bawah	Frekuensi kumulatif
20-24	5	19.5	5
25-29	10	24.5	15
30-34	17	29.5	32
35-39	18	34.5	50
40-44	15	39.5	65
45-49	8	44.5	73
50-54	7	49.5	80
Jumlah	80		

Penyelesaian

Diketahui :

Letak Persentil 25 : $P_{25} = \frac{25(80)}{100} = 20$

Sehingga nilai $T_b = 29.5$

Frekuensi kumulatif = 15

Frekuensi = 17

Panjang datanya = 5

Nilai Persentil:

$$P_{25} = 29.5 + \frac{20 - 15}{17} \cdot 5 = 32.147$$

Our team



Thank You

