



ANALISIS RAGAM KLASIFIKASI DUA ARAH

||
putu.delis@fp.unila.ac.id

PENGANTAR

- Anova dua arah digunakan bila sumber keragaman yang terjadi tidak hanya karena satu faktor (perlakuan). Faktor lain yang mungkin menjadi sumber keragaman respon juga harus diperhatikan.
- Faktor lain ini bisa berupa perlakuan lain yang sudah terkondisikan.
- Pertimbangan memasukkan faktor kedua sebagai sumber keragaman ini perlu bila faktor itu dikelompokkan, sehingga keragaman antar kelompok sangat besar, tetapi kecil dalam kelompoknya sendiri.

PENGANTAR

- Suatu pengamatan dapat diklasifikasikan berdasarkan dua kriteria dengan menyusun data tersebut dalam baris dan kolom
- Kolom menyatakan kriteria klasifikasi yang satu sedangkan baris menyatakan kriteria klasifikasi yang lainnya.
- Contoh : suatu susunan pengamatan mungkin berupa hasil dari tiga kelompok varietas ikan menggunakan empat jenis pakan yang berbeda.
- Setiap kombinasi perlakuan membentuk sebuah sel dalam susunan tersebut dan tiap-tiap sel dalam tabel itu hanya berisi satu pengamatan.
- Kita akan menguji apakah keragaman hasil disebabkan oleh perbedaan varietas ikan, perbedaan jenis pakan, atau perbedaan keduanya

PRA-SYARAT

Populasi yang akan diuji berdistribusi normal

Varians atau ragam populasi yang akan diuji sama

Sampel tidak berhubungan satu dengan yang lainnya

Klasifikasi dua arah dengan satu pengamatan per sel

Baris (i)	Kolom (j)						Total	Nilai Tengah
	1	2	...	j	c		
1	X_{11}	X_{12}	...	X_{1j}	...	X_{1c}	$T_{1.}$	$\bar{x}_{1.}$
2	X_{21}	X_{22}	...	X_{2j}	...	X_{2c}	$T_{2.}$	$\bar{x}_{2.}$
...
i	X_{i1}	X_{i1}	...	X_{ij}	...	X_{ic}	$T_{i.}$	$\bar{x}_{i.}$
...
r	X_{r1}	X_{r2}	...	X_{rj}	...	X_{rc}	$T_{r.}$	$\bar{x}_{r..}$
Total	$T_{.1}$	$T_{.2}$...	$T_{.j}$		$T_{.c}$	$T_{..}$	
Nilai Tengah	$\bar{x}_{.1}$	$\bar{x}_{.2}$	$\bar{x}_{.j}$...	$\bar{x}_{.c}$		$\bar{x}_{..}$

Susunan di atas terdiri dari **r** baris dan **c** kolom.

X_{ij} melambangkan pengamatan dalam baris ke-i kolom ke-j.

Bobot ikan, dalam gram per akuarium

Jenis Pakan	Varietas ikan			TOTAL
	V1	V2	V3	
P1	64	72	74	210
P2	55	57	47	159
P3	59	66	58	183
P4	58	57	53	168
TOTAL	236	252	232	720

HIPOTETESIS

- Untuk menentukan apakah sebagian keragaman disebabkan oleh perbedaan antarbaris, atau perbedaan antar kolom kita lakukan uji hipotesis.
- Pengujian hipotesis nol bahwa r nilai tengah baris μ_i adalah sama, adalah setara dengan pengujian hipotesis :

$$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_r = 0$$

H_1 : sekurang-kurangnya satu α_i tidak sama dengan nol

- Begitu pula, hipotesis nol bahwa c nilai tengah kolom μ_j semuanya sama adalah setara dengan pengujian hipotesis

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_r = 0$$

H_1 : sekurang-kurangnya satu β_j tidak sama dengan nol

α_i : pengaruh baris ke- i

β_j : pengaruh kolom ke- j

Hipotesis nol H_0 ditolak pada taraf nyata α bila :

$$f_1 > f_\alpha [r - 1, (r - 1)(c - 1)]$$

- Masing-masing uji hipotesis tersebut akan didasarkan pada perbandingan dua nilai dugaan yang bebas bagi ragam populasi.
- Nilai dugaan diperoleh dengan menguraikan jumlah kuadrat total menjadi tiga komponen:

$$JKT = JKB + JKK + JKG$$

$$JKT = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c (x_{ij} - \bar{x}_{..})^2 = \text{Jumlah Kuadrat Total}$$

$$JKB = c \sum_{i=1}^r (\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..})^2 = \text{Jumlah Kuadrat Bagi Nilai Tengah Baris}$$

$$JKK = r \sum_{j=1}^c (\bar{x}_{.j} - \bar{x}_{..})^2 = \text{Jumlah Kuadrat Bagi Nilai Tengah Kolom}$$

$$JKG = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c (x_{ij} - \bar{x}_{i.} - \bar{x}_{.j} + \bar{x}_{..})^2 = \text{Jumlah Kuadrat Galat}$$

Klasifikasi dua arah dengan satu pengamatan per sel

Baris (i)	Kolom (j)						Total	Nilai Tengah
	1	2	...	j	c		
1	X_{11}	X_{12}	...	X_{1j}	...	X_{1c}	$T_{1.}$	$\bar{x}_{1.}$
2	X_{21}	X_{22}	...	X_{2j}	...	X_{2c}	$T_{2.}$	$\bar{x}_{2.}$
...
i	X_{i1}	X_{i2}	...	X_{ij}	...	X_{ic}	$T_{i.}$	$\bar{x}_{i.}$
...
r	X_{r1}	X_{r2}	...	X_{rj}	...	X_{rc}	$T_{r.}$	$\bar{x}_{r.}$
Total	$T_{.1}$	$T_{.2}$...	$T_{.j}$...	$T_{.c}$	$T_{..}$	
Nilai Tengah	$\bar{x}_{.1}$	$\bar{x}_{.2}$	$\bar{x}_{.j}$...	$\bar{x}_{.c}$		$\bar{x}_{..}$

Susunan di atas terdiri dari **r** baris dan **c** kolom.

X_{ij} melambangkan pengamatan dalam baris ke-i kolom ke-j.

RUMUS HITUNG

- Dalam prakteknya kita pertama-tama menghitung JKT, JKB, dan JKK, dan baru kemudian dengan menggunakan dalil identitas jumlah kuadrat kita memperoleh JKG melalui pengurangan.
- Rumus hitung bagi keempat jumlah kuadrat tersebut diberikan di bawah ini :

$$JKT = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c x_{ij}^2 - \frac{T_{..}^2}{rc} \quad = \text{Jumlah Kuadrat Total}$$

$$JKB = \frac{\sum_{i=1}^r T_{i.}^2}{c} - \frac{T_{..}^2}{rc} \quad = \text{Jumlah Kuadrat Bagi Nilai Tengah Baris}$$

$$JKK = \frac{\sum_{j=1}^c T_{.j}^2}{r} - \frac{T_{..}^2}{rc} \quad = \text{Jumlah Kuadrat Bagi Nilai Tengah Kolom}$$

$$JKG = JKT - JKB - JKK \quad = \text{Jumlah Kuadrat Galat}$$

Perhitungan dalam masalah analisis ragam untuk klasifikasi dua-arah dengan satu pengamatan per sel, dapat diringkas seperti berikut :

Sumber Keragaman	Jumlah Kuadrat	Derajat Bebas	Kuadrat Tengah	F Hitung
Nilai Tengah Baris	JKB	r-1	$s_1^2 = \frac{JKB}{r-1}$	$f_1 = \frac{s_1^2}{s_3^2}$
Nilai Tengah Kolom	JKK	c-1	$s_2^2 = \frac{JKK}{c-1}$	$f_2 = \frac{s_2^2}{s_3^2}$
Galat	JKG	(r-1)(c-1)	$s_3^2 = \frac{JKG}{(r-1)(c-1)}$	
Total	JKT	rc-1		

Hipotesis nol H_0 ditolak pada taraf nyata α bila :

$$f_1 > f_{\alpha} [r-1, (r-1)(c-1)]$$

$$f_2 > f_{\alpha} [c-1, (r-1)(c-1)]$$

CONTOH SOAL

- Uji Hipotesis pada taraf nyata 0,05 untuk :
H'0 = Tidak ada beda rata-rata bobot ikan untuk keempat perlakuan pakan
H"0 = Tidak ada beda rata-rata bobot untuk ketiga varietas ikan tersebut

Jenis Pakan	Varietas Ikan			TOTAL
	V1	V2	V3	
P1	64	72	74	210
P2	55	57	47	159
P3	59	66	58	183
P4	58	57	53	168
TOTAL	236	252	232	720

Hasil Gandum, dalam kilogram per petak

Jawab :

- $H'_0 = \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0$
 $H'_1 =$ sekurang-kurangnya satu α_i tidak sama dengan nol
- $H''_0 = \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$
 $H''_1 =$ sekurang-kurangnya satu β_j tidak sama dengan nol
- Taraf nyata = 0,05
- Wilayah kritik = (a) $f_1 > 4,76$, (b) $f_2 > 5,14$
- $$JKT = 64^2 + 55^2 + \dots + 53^2 - \frac{720^2}{12} = 662$$
- $$JKB = \frac{210^2 + 159^2 + 183^2 + 168^2}{3} - \frac{720^2}{12} = 498$$
- $$JKK = \frac{236^2 + 252^2 + 232^2}{4} - \frac{720^2}{12} = 56$$
- $JKG = 662 - 498 - 56 = 108$

Jawab :

Hasil analisis dicantumkan dalam tabel berikut :

Sumber Keragaman	Jumlah Kuadrat	Derajat Bebas	Kuadrat Tengah	F Hitung	F Tabel
Nilai Tengah Baris	498	3	166	9,22	4,76
Nilai Tengah Kolom	56	2	28	1,56	5,14
Galat	108	6	18		
Total	662	11			

Keputusan :

- (a) Tolak H_0 dan simpulkan bahwa ada beda rata-rata bobot ikan bila digunakan keempat jenis pakan di atas
- (b) Terima H_0 dan simpulkan bahwa tidak ada beda rata-rata hasil untuk ketiga varietas ikan tersebut

NILAI-NILAI UNTUK DISTRIBUSI F

Baris atas untuk 5%

Baris bawah untuk 1%

$v_2 = dk$ penyebut	$v_1 = dk$ pembilang																							
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	∞
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244	245	246	248	249	250	251	252	253	253	254	254	254
	4,052	4,999	5,403	5,625	5,764	5,859	5,926	5,961	6,022	6,056	6,082	6,106	6,142	6,169	6,208	6,234	6,258	6,288	6,302	6,223	6,334	6,352	6,361	6,366
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36	19,37	19,38	19,39	19,40	19,41	19,42	19,43	19,44	19,45	19,46	19,47	19,47	19,48	19,49	19,49	19,50	19,50
	98,49	99,01	99,17	99,25	99,30	99,33	99,34	99,38	99,38	99,40	99,41	99,42	99,43	99,44	99,45	99,46	99,47	99,48	99,48	99,49	99,49	99,49	99,50	99,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88	8,84	8,81	8,78	8,76	8,74	8,71	8,69	8,66	8,64	8,62	8,60	8,58	8,57	8,56	8,54	8,54	8,53
	34,12	30,81	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,34	27,23	27,13	27,05	26,92	26,83	26,69	26,60	26,50	26,41	26,30	26,27	26,23	26,16	26,14	26,12
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,93	5,91	5,87	5,84	5,80	5,77	5,74	5,71	5,70	5,66	5,66	5,65	5,64	5,63
	21,20	18,00	16,89	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66	14,54	14,45	14,37	14,24	14,15	14,02	13,93	13,83	13,74	13,69	13,61	13,57	13,52	13,48	13,46
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74	4,70	4,68	4,64	4,60	4,56	4,53	4,50	4,48	4,44	4,42	4,40	4,38	4,37	4,36
	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,45	10,27	10,15	10,05	9,96	9,89	9,77	9,66	9,55	9,47	9,36	9,29	9,24	9,17	9,13	9,07	9,04	9,02
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00	3,98	3,92	3,87	3,84	3,81	3,77	3,75	3,72	3,71	3,69	3,66	3,67
	13,74	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,79	7,72	7,60	7,52	7,39	7,31	7,23	7,14	7,09	7,02	6,99	6,94	6,90	6,88
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63	3,60	3,57	3,52	3,49	3,44	3,41	3,38	3,34	3,32	3,29	3,28	3,25	3,24	3,23
	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	7,00	6,84	6,71	6,62	6,54	6,47	6,35	6,27	6,15	6,07	5,98	5,90	5,85	5,78	5,75	5,70	5,67	5,65
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,34	3,31	3,28	3,23	3,20	3,15	3,12	3,08	3,05	3,03	3,00	2,98	2,96	2,94	2,93
	11,26	8,05	7,59	7,01	6,63	6,37	6,19	6,03	5,91	5,82	5,74	5,67	5,56	5,48	5,36	5,28	5,20	5,11	5,06	5,00	4,96	4,91	4,88	4,86
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13	3,10	3,07	3,02	2,98	2,93	2,90	2,86	2,82	2,80	2,77	2,76	2,73	2,72	2,71
	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,62	5,47	5,35	5,28	5,18	5,11	5,00	4,92	4,80	4,73	4,64	4,56	4,51	4,45	4,41	4,36	4,33	4,31
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,97	2,94	2,91	2,86	2,82	2,77	2,74	2,70	2,07	2,64	2,61	2,59	2,56	2,55	2,54
	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,21	5,06	4,95	4,85	4,78	4,71	4,60	4,52	4,41	4,33	4,25	4,17	4,12	4,05	4,01	3,96	3,93	3,91
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,86	2,82	2,79	2,74	2,70	2,65	2,61	2,57	2,53	2,50	2,47	2,45	2,42	2,41	2,40
	9,65	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	4,88	4,74	4,63	4,54	4,46	4,40	4,29	4,21	4,10	4,02	3,94	3,86	3,80	3,74	3,70	3,66	3,62	3,60
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80	2,76	2,72	2,69	2,64	2,60	2,54	2,50	2,46	2,42	2,40	2,36	2,35	2,32	2,31	2,30
	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,65	4,50	4,39	4,30	4,22	4,16	4,05	3,98	3,86	3,78	3,70	3,61	3,56	3,49	3,46	3,41	3,38	3,36
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,84	2,77	2,72	2,67	2,63	2,60	2,55	2,51	2,46	2,42	2,38	2,34	2,32	2,28	2,26	2,24	2,22	2,21
	9,07	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	4,02	3,96	3,85	3,78	3,67	3,59	3,51	3,42	3,37	3,30	3,27	3,21	3,18	3,16
14	4,80	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,77	2,70	2,65	2,60	2,58	2,53	2,48	2,44	2,39	2,35	2,31	2,27	2,24	2,21	2,19	2,16	2,14	2,13
	8,86	6,51	5,56	5,03	4,80	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,88	3,80	3,70	3,62	3,51	3,43	3,34	3,28	3,21	3,14	3,11	3,06	3,02	3,00

TERIMA KASIH

